ÖVERSIKT

AV

FINSKA VETENSKAPS-SOCIETETENS

FÖRHANDLINGAR

LXIII.

1920—1921.

A. MATEMATIK OCH NATURVETENSKAPER.

HELSINGFORS 1921
HELSINGFORS CENTRALTRYCKERI OCH BOKBINDERI AKTIEBOLAG

INNEHÅLL:

18136

Översikt av Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar.
Bd. LXIII. 1920—1921. Avd. A. N:o 1.

On the Igneous Rocks of Sviatoy Noss in Transbaikalia

by

PENTTI ESKOLA.

LIBRARY

Geological Synopsis of Sviatoy Noss.

The vast mountainous area of crystalline rocks all around Lake Baikal represents an old peneplain, elevated and subjected to erosion at different geological times. Deep-seated igneous and metamorphic rocks and their mixtures were thus laid bare. There are, in many parts of this region, evidences of an unconformity, i. e. sediments and volcanic rocks have been deposited on the denuded roots of ancient mountain chains composed of injected crystalline schists and eruptives. The newly formed supercrustal rocks also have undergone metamorphism, but later denudation has not been great enough to reach such deep levels where pressed down supercrustal rocks may be injected with granitic masses and transformed into migmatites as the older rocks. Their metamorphic habit is therefore of another character, bearing evidence of folding at comparatively shallow depths. Russian geologists have designated this division of rocks as the metamorphic suite and the older deep-metamorphic complex of the Transbaikalian shield as the crystalline suite. It is probable, though not exactly proven, that the latter is of early paleozoic age. The »crystalline suite» should be of pre-Cambrian origin.

The latest elevation of the Baikalian Region took place at late epochs of the Tertiary period, and the vast shield of rock-crust broke up, some parts forming deep depressions, as the basins of Lake Baical and the Bargousin River. The island of Olchon and the peninsula of Sviatoy Noss are smaller blocks of the broken up shield which have preserved a



Fig. 1. The South Cape of Sviatoy Noss with elevated shore-terraces. Photo P. Eskola.

horst-like position within the Baikalian depression and are bounded by faults. Sviatoy Noss, being joined to the continent only by an isthmus formed by the delta deposits of the Bargousin river, is therefore at the same time a part of the Baikalian shield and an isolated horst.

The rock-crust of Sviatoy Noss (see the sketch-map) belongs entirely to the »crystalline suite» in the sense named above. There occur crystalline schists largely injected with granite. No unconformity between the different rocks can be traced. And the peninsula being bounded by zones of displacement, there is no relation whatever between the orography and the geological structure, if not the fact is

considered that the western and southwestern shores of Sviatoy Noss, like most of the other coast-lines of Baikal, are approximately parallel to the old strike of the foliated and granitized rocks. It was this character that suggested E. Suess to designate this kind of displacement as disjunctive ruptures. The faults bounding the peninsula generally are not exposed owing to the fact that there are



Fig. 2. View of the Ridge of the Sviatoy Noss Mountain. C:a 1 300 m above the lake level. Photo M. Sojusoff.

rather extensive wave-cut terraces on the Baikal coasts. Travelling around the peninsula with a boat along the shore one sees almost constantly the lake floor through the translucent water of the Baikal, but going a few hundred meters from the shore, the ground dips abruptly to depths of several hundred, at places more than a thousand meters. It is there that the true fault planes are situated.

Other conditions, however, are prevailing on the shores of the Tshivirkouy Bay. Here, around the narrow bay, the force of the waves is slighter than on the open shores of the Baikal, and therefore the terraces are less extensive, just as the shore cliffs are lower, and traces of terraces from

ancient phases of denudation have been preserved above the actual one. Zones of displacement are here actually exposed, appearing in the form of intimate faulting and crushing up of the rock. This phenomenon is especially striking in the limestones, e. g. at the Molodost Bay, on the isle of Kyltyghey, and on Mys Kourboulik. The limestone of Sviatoy Noss is generally coarsely crystalline and contains graphite in the form of scaly crystals. In all the localities named it may be seen from gradual transitions, how the limestone has been sheared, crushed and finally ground up to such a fine grain that, if this ultimately mylonitized variety is examined alone, it may easily be mistaken for primarily fine-grained, i. e. slightly metamorphosed limestone. In this process the graphite at first is stretched out into thin bands and then gradually ground to form a fine powder and mixed with the crushed up calcite. Thus the marble, formerly shining white in colour, has grown dull gray, sometimes almost black. The mylonitization appears also in siliceous rocks, though less striking. On Mys Kourboulik the faulting in the limestone is generally less intimate, and the fault planes have been opened to form quartz-veins containing drusy cavities with translucent prismatic crystals of quartz.

The distribution of the occurrences of mylonite and fault-breccias already indicates that the faulting, at this side of Sviatoy Noss, is distributed among a series of parallel planes at short distances from one another. The amount of the displacement is probably not very considerable, as, on the bed of the Tshivirkouy Bay we meet, on many low islands, the same rocks that build up the neighbouring part of the peninsula.

The principal direction of the fault planes at the Tshivirkouy Bay is about N 10° W.

Similar zones of displacement no doubt exist on the western side of the peninsula, though hidden beneath the water. Blocks of brecciated and mylonitic limestone were in fact observed on the Baikal shore, and also veinlets of

quartz containing drusy cavities with crystals of quartz and fluorite.

Evident as it is that the peninsula of Sviatoy Noss is at all sides bounded by zones of displacement, it is no less apparent that the peninsula is a broken up part of the vast Baikalian shield, without any geological independence. It is neither anticline nor syncline. Its southeastern portion is built up of a granite and granodiorite mass which is also exposed on the low islands in the Tshivirkouy Bay and continues in the Tshivirkouy Mountains and further in the Bargousin valley, having a very extensive occurrence. The main part of the peninsula consists of injected crystalline schists which are interbroken by displacement at the Tshivirkouy Bay, but on the eastern shore of the latter reappear. According to Kotoulskys map the same rocks continue far away towards the north along the shore of Lake Baikal.

Turning to the geological structure of Sviatoy Noss we may at first discriminate those two great complexes: 1) the granite-granodiorite mass and 2) the complex of injected crystalline schists (see the sketch-map).

The area of the first-named complex is, for the most part, underlain by coarse-grained porphyritic rocks whose composition varies between granite and granodiorite. It is occasionally intersected by dikes of lamprophyric rocks and very frequently by such of pegmatite and aplite. Aplitic granite also forms larger masses within this complex. Going towards the boundary of the granite area, these aplitic portions grow more and more frequent and nearest to the boundary towards the migmatitic area there is an almost uninterrupted zone of light grey aplitic granite of medium grain. Still farther west one finds more and more numerous fragments of crystalline schists enclosed in this granite, and thus the rock grades, by increase of the enclosed materials, into the migmatites in which the granite occurs as veins and dikes.

The crystalline schists, forming the older and larger portion of the migmatites, have been invaded by intrusive rocks before the intrusion of the granite. These older in-

trusives have the composition of diorites and gabbros. They are foliated and metamorphosed to a considerable degree and seem to form sill-like bodies folded together with the other rocks of the metamorphic series. They are cut across by the dikes of aplite and pegmatite and also by the granitic veins.

Among the crystalline schists of the migmatitic complex, the g n e i s s e s are represented in a great number of varieties. Among these the various a u g e n g n e i s s e s call for special attention. They are biotite- or biotite-hornblende-gneisses containing large »eyes» of microcline surrounded by scales of biotite. The eyes may pass over into small lenses of feldspar and quartz and further into granitic veinlets. In such cases the peculiar structure of the rock may either be referred to an ultra-metamorphism or to a beginning granitization. At other points the augengneiss has a ground-mass showing massive structure and medium grain. The rock is then very like the coarse porphyritic granites and may have been derived from them. Some examples bear resemblance to quartz-porphyries, having a fine-crystalline ground mass. — Thus it seems to me probable that the augengneisses on Sviatoy Noss may be of various origin.

Many examples of gneisses have a coarsely crystalline structure, so that their origin can not by any means be stated. There are grey mica-gneisses of medium grain, and plagioclase-amphibole-gneisses grading into amphibolites by decrease to the quartz. These varieties, as well as the augen-gneisses, have commonly been injected with granitic veins to form adergneisses or arterites (fig. 3) representing the most common kind of migmatite on Sviatoy Noss. The primary nature of such rocks, of course, can not possibly be interpreted.

The a m p h i b o l e-p l a g i o c l a s e-g n e i s s e s and the a m p h i b o l i t e s (metamorphic plagioclase-hornblende-rocks) are very common in all parts of Sviatoy Noss, occurring also as fragments in the large masses of granite. The amphi-bole-bearing schists have all been very thoroughly meta-morphosed, and no traces of their primary structure have

been preserved. It is therefore very difficult to state anything with certainty regarding their origin. Probably they are various in this respect, just as the gneisses. On the south-eastern shore were observed many examples of amphibolite as dikes intersecting gneisses etc. Such varieties are almost certainly of intrusive origin. The same is probably the case with many larger occurrences whose form is not obvious. These varieties have the composition of gabbros or diorites.



Fig. 3. Adergneiss with cross-cutting dikes of aplite. SE-shore of Sviatoy Noss. Photo P. Eskola.

Greater part of the amphibolites, however, is in all probability sedimentogenous, or, at least, tuffogeneous. This supposition is suggested by the bedded structure and interstratification with limestones, and by the occurrence of pyroxene-bearing layers which may be interpreted as metamorphic derivatives of marl or argillaceous limestones, and further by the very inconstant composition in their neighbouring layers, part of which may consist exclusively of plagioclase and hornblende, while others are pyroxene- or quartz-bearing and still others also contain almandite.

Some rocks related to the amphibolites may possibly have been formed by the pneumatolytic action of granitic magma on the limestone. A fact that may be suggestive of such a hypothesis is the occurrence of certain exceptional rocks found only as blocks on the shore-beach, and composed chiefly of diopsidic pyroxene and very anorthitic plagioclase (bytownite), besides pale green hornblende and abundant titanite. For such a rock I can hardly find any other explanation than the well known theory of Adams concerning the formation of amphibolites by the action of granites. Besides this vague support for Adams' theory I have no other evidences and I believe it is, as far as the rocks of Sviatoy Noss are considered, applicable only on a very limited scale.

The amphibolites are injected with the granite like the gneissoid rocks. Those varieties which are quartz-bearing and at the same time strongly foliated, have often given rise to intimately mixed arterites, whilst more massive amphibolites, and especially those rich in hornblende, have been more resistant against the injection and have only been invaded by the granite in the form of cross-cutting dikes, the whole being what is generally called eruptive breccia.

Very typical adergneiss derived from an amphibolite or amphibole-gneiss, is exposed in the promontory near the North Cape of Sviatoy Noss. These rocks may be studied in the blocks on the shore-beach (fig. 4).

Going southwards from the North Cape along the Tshivirkouy shore one meets with amphibolite-adergneiss in which the intrusive portion is largely made up of quartz. This kind of rock which is apparently a transitional type between true injected migmatites and intensely metamorphosed rocks with veinlets of quartz, is exposed on the isle of Kyltyghey and neighbouring shores of Sviatoy Noss.

As a general remark on the migmatites of Sviatoy Noss, as compared e. g. with related rock types in Finland, we may state that the former are represented by adergneisses and eruptive-breccias rather than by true remelted or anatectic rocks. Such almost completely assimilated or »nebulitic»

remnants of older rocks which are so characteristic of the anatectic granites in Finland, are only found on a limited scale on Sviatoy Noss.

Crystalline limestone forms a considerable part of the metamorphic rocks of Sviatoy Noss. As a rule, it occurs in the form of lenticular masses of all sizes, the largest being some hundred meters in thickness. The longest diameter of the masses usually is only a few times greater



Fig. 4. Amphibolitic adergneiss. N. end of Sviatoy Noss. Photo M. Sojusoff.

than the shortest one. In part the marble consists of very pure calcite having, however, almost always graphite in the form of thin scales as a minor constituent. Sometimes the limestone contains considerable amounts of diopside or tremolite, the former occurring at places, e. g. on the west shore near the North Cape, as euhedral though uralitized crystals of many centimeters in lenght. The limestone is coarsely-crystalline (centimeter-grained). At places also fine-grained varieties occur, but these are probably always mylonitic and have formerly been coarsely crystalline.

Like all the other metamorphic rocks, the limestone is frequently cut by dikes of pegmatite, aplite and lamprophyres.

But the marble has never been injected with minute veins and lenses of granite. It seems, as though the limestone could not be migmatitized, a feature also very striking in the Archaean of Finland.

At the boundaries between the limestones and the dikes of aplitic granites there are never any contact minerals. Dikes of pegmatite are sometimes coated with a contact-wall of diopside and amphibole and also scapolite. Where the limestone is, as larger masses, directly bounded by ordinary granites, either aplitic or porphyritic, there are no contact minerals whatever. But the granite often encloses fragments of limestone, and these have commonly been transformed into andradite-skarn, a phenomenon of exceeding interest, as will be pointed out on later pages.

The intrusions within the migmatitic area of Sviatoy Noss are of two principal kinds: 1) those forming the younger injected portion in the migmatites, occurring in the form of thin veins or lenses, and 2) well-defined dikes. Most kinds of the latter also occur within the granite-granodiorite area.

The injected veins and lenses generally bear resemblance to pegmatite, being coarsely crystalline and, as a rule, poor in mafic minerals.

Among the true dikes with sharp boundaries we may separate two groups of very different ages. The first group embraces all those dikes intruded simultaneously with or shortly after the intrusion of the granite batholith. They consist of phanerocrystalline rocks, showing true abyssal characters. In the second group we include dikes of basalt and related rocks, being probably from the Tertiary period. The dike-rocks of this category show amygdaloid structure and other evidence of having consolidated at shallow depths. They are, however, hypabyssal rather than volcanic, a fact easily intelligible, if the mode of their occurrence is considered along side with the development of the orography. The exposure of basalt observed is situated on the lake shore, i. e. on the floor of the wave-cut terrace and landside of the main displacement. In this point the amount of denudation

posterior to the displacement which probably took place at the same period as the eruption of the basalt, is certainly more than the actual height of the Sviatoy Noss mountain, i. e. considerably over 1,000 meters.

The dike-rocks connected with the intrusion of the granite are of three principal types: 1) pegmatite, 2) aplite and 3) lamprophyric rocks.

The dikes of pegmatite are most closely connected with the granites, appearing within the masses of granite as primary dikes and occurring also in all parts of the migmatite area. We may discriminate three different kinds of pegmatite 1) One kind is characterized by microcline and quartz as the main constituents. Dikes of this type of common pegmatite are equally distributed in the granite and in the migmatite area. 2) Another kind of pegmatite which will be called diopside-pegmatite, is characterized by oligoclase and diopside besides much titanite and a little quartz. This pegmatite occurs only in the limestone areas and in their close neighbourhood. 3) A third kind of pegmatite will be termed as hornblende-pegmatite. Its main constituents are a rather anorthitic plagioclase (andesine) and brown hornblende, while potash feldspar is absent and quartz is only sparingly present. A characteristic accessory of this pegmatite is orthite, a mineral which is, in small amounts and as minute crystals, also found in the granites and in the other kinds of pegmatite. The hornblende-pegmatite occurs only as intersecting the amphibolites in the northern portion of Sviatoy Noss.

The dikes of aplite are also found in evident geological connection with the granites, occurring within the granite area as well as in the migmatite. The aplitic granite forming a marginal zone of the granite batholith, is petrographically very like the aplite in the form of dikes, but having a little larger quantity of micas. The aplite is the most common of all the dike-rocks on Sviatoy Noss.

With the aplite are often associated dikes of lamprophyric rocks being either somewhat older or younger than the former. Most of them are kersantites.

Aplites and lamprophyric rocks often form composite dike breccias.

Within the migmatite area there are also larger masses of granites, porphyritic as well as aplitic. Some of these intrusive masses, though evidently connected genetically with the granites and granodiorites, have quite another composition. Part of them may be classed with syenites, while others have a peculiar and uncommon composition, chemically characterized by the abundance of lime and alkalies and mineralogically by the presence of the lime-ferri-garnet, andradite, the other constituents being those of a syenite. This rock will here be called sviatonossite.

The sviatonossite deserves exceeding interest from the petrological point of view, as it seems to exhibit a positive illustration of Daly's well-known theory concerning the formation of alkaline rocks by the action of magma on limestone. This rock-series will therefore be described in a detail that would be unnecessary in the case of more ordinary rocks.

All the rock groups occurring on the peninsula of Sviatoy Noss, mentioned in the order of their relative age, are the following. The younger schistose formations (the metamorphic suite) not occurring on Sviatoy Noss, but in other parts of the Baikalian Region are mentioned within parentheses.

Basalt (Tertiary).

(Crystalline schists of the metamorphic suite, Palaeozoic?).

The Tshivirkouy batholith and other abyssal intrusives connected with the latter: Aplite, pegmatite, lamprophyric dike-rocks, granite, granodiorite, andradite-syenite or sviatonossite, diorite, gabbro, hornblendite.

Older intrusives in the crystalline schists: diorite and gabbro.

Crystalline schists of the crystalline suite: Volcanogeneous (in part possibly plutonogeneous) rocks: amphibolites and augengneisses. Sedimentogenous rocks: Crystalline limestone, amphibolite, amphibole-gneiss and other gneisses, quartzite-gneisses.

Diorite.

Among the rocks of Sviatoy Noss older than the igneous complex of the granites there are also such types which may be safely termed as primarily igneous or eruptivogeneous, and such of these that have some primary structural features preserved may be mentioned here. Those having a dioritic composition are all plutonogeneous. The amphibolites never have preserved any structural features pointing to a volcanic origin.

Diorite-gneiss.

One of the most typical plutonogeneous rocks is a diorite-gneiss observed at several points in the southern part of Sviatoy Noss, e. g. at points 7 and 35. At the former locality, near the South Cape, the diorite-gneiss occupies an elongated area, being, in the shore-cliff, exposed about 50 meters obliquely to the strike. The occurrence at point 35, a few kilometers further North, is somewhat less extensive.

This rock is megascopically distinctly foliated and presents a double granularity: The biotite and hornblende form flattened groups arranged along the strike and giving the rock its characteristic gneissoid appearance, and between them there are light spots of granular plagioclase.

The following constituents were detected under the microscope, named in the order of their relative abundance: Plagioclase, biotite, quartz, hornblende, titanite, iron ore, apatite.

The plagioclase between crossed nicols appears spotted in consequence of unequal extinction, but no regular zonality can be observed. Its composition varies from about Ab_{66} to Ab_{74}.

The hornblende is very dark-coloured and has a strong pleochroism: α = yellowish green, β = dark olive green, nearly opaque in the section, γ dark bluish green. Absorption: $\alpha < \beta > \gamma$. $c : \gamma$ = about 22°, $\beta = b$ and the negative acute axial angle $2E$ is about 60° or $2V = 35°$, supposing β to be 1,68. These characters point to a horn-

blende rich in ferric as well as ferrous oxide. The biotite also is very dark (brown) in colour.

Titanite is remarkably abundant, as well-formed crystals.

Anatectic amphibolite.

As already mentioned, there are, among the amphibolites on the peninsula of Sviatoy Noss, many examples of rocks whose origin can not be stated with any certainty. Whatever they may have been originally, most of the amphibolites are, in their structure, very like igneous rocks, also in such cases, where their geological occurrence points to a sedimentogeneous origin. They may then have undergone some kind of anatectic recrystallization. Under the microscope such rocks are usually seen to be composed chiefly of plagioclase and hornblende and quartz, the first-named ranging from oligoclase-andesine to labradorite. Thus they would chiefly belong to the quartzdiorites, if treated as igneous rocks. A structural feature of interest is the common xenomorphity of the hornblende towards the plagioclase, characteristic of many hornblende-gabbros and hornblende-diorites, while the average amphibolites having typical granoblastic structure have idiomorphic, or idioblastic, hornblende, this mineral having a more advanced position in the crystalloblastic series than the plagioclase. Another feature common in these amphibolites is the zonal structure in plagioclase with cores more anorthitic than the margins.

Granites and Granodiorites.

The inner part of the Tshivirkouy Bay and the eastern Sviatoy Noss are apparently underlain by coarse-grained granitic and granodioritic rocks. This vast massif continues, in an easterly direction, over the Tshivirkouy Mountains into the Bargousin valley.

In the migmatitic area of Sviatoy Noss were rocks of characteristically similar structure and composition occasionally met with as small lenticular intrusions.

The composition of the large massif is fairly uniform, its varieties ranging from subalkalic granites to granodiorites.

The porphyritic rocks are frequently intersected by dikes of lamprophyric and aplitic rocks, and the massif seems to be bordered towards the migmatite area by a zone of aplitic granite. As the latter is often seen to cut the porphyritic coarse-grained rocks, while the opposite case was never observed, the latter have been solidified earlier, though great difference in the age is not by any means probable.

Porphyritic coarse-grained granodiorite.

As representative of the chemical composition of these coarse-grained porphyritic rocks a specimen taken about one kilometer northwest of Mys Besimyanniy on the east shore of the Tshivirkouy Bay, was analyzed by the writer. The result was as follows.

	%	Mol. numb.	Mol. %	Norm			
SiO_2	65.06	1084	71.27	Quartz	14.10 %		Q = 14.10
Al_2O_3	15.84	155	10.19	Orthoclase	28.36		
Fe_2O_3	1.74	11		Albite	35.11		F = 73.76
FeO	2.51	35	3.81	Anorthite	10.29		
MnO	0.08	1		Σ sal	87.86		
MgO	1.31	33	2.50	Diopside: $CaSiO_3$	1.97		
CaO	3.28	60	3.94	Diopside: $MgSiO_3$	1.10	3.86	
Na_2O	4.16	67	4.41	Diopside: $FeSiO_3$	0.79		P = 7.51
K_2O	4.82	51	3.35	Hypersthene: $MgSiO_3$	2.20	3.65	
TiO_2	0.63	8	0.53	Hypersthene: $FeSiO_3$	1.45		
P_2O_5	0.26	2	—	Magnetite	2.55		M = 3.77
H_2O	0.57			Ilmenite	1.22		
				Apatite	0.67		A = 0,67
				Σ fem	11.95		
							99.81
	100.26		100.00				

T o s c a n o s e (1, 4, 2, 3).
The Osann figures:

s	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f*	*n*	*k*
71.80	7.76	2.43	7.82	8.5	3.0	8.5	5.68	1.21

The constituent minerals are, named in the order of their abundance: Plagioclase, microcline with some albite, quartz, biotite (with secondary chlorite), hornblende (dark green), titanite (euhedral crystals and leucoxene), magnetite, apatite, orthite and epidote.

The actual feldspars are p l a g i o c l a s e (oligoclase) and m i c r o l i n e-p e r t h i t e. The plagioclase forms, together with quartz and some microcline, the medium-granular (millimeter-grained) ground-mass of the porphyritic rock. It shows, in sections $\perp$ *PM*, an extinction angle of $+4°$. Its refractive indices are all higher than that of the Canada balsam. A comparison with the quartz gave the result: $\alpha' < \omega$; $\gamma' > \omega$. Thus the composition of the plagioclase is approximatively Ab_{75}. Towards the microcline the plagioclase grains are bounded by albitic borders.

O r t h i t e, with e p i d o t e, is remarkable because being a very constant accessory in all the igneous rocks of Sviatoy Noss. The mode of occurrence is always the same: minute euhedral and strongly pleochroic brown crystals of orthite are surrounded by a much larger zone of faintly greenish epidote. They will be described in more detail under the sviatonossite in which they are still more prominent constituents. The other minerals do not call for any comments.

In the qualitative system of igneous rocks, as modified by Iddings, this rock classes itself with the g r a n o d i o r i t e s [1]), having alkali-feldspar and lime-soda-feldspar in nearly equal amounts, within the ratios 5 : 3 and 3 : 5 and the latter exceeding. As, in the present paper, I will generally follow Idding's classification, this term will be used here. It may, however, be remarked that in this particular case it would perhaps be more rational to call this rock quartz-monzonite, which term, according to Iddings, is applied to rocks closely

[1]) J. Iddings, »Igneous Rocks», II, p. 69. New York, 1913.

related to granodiorites, but having alkali-feldspar in excess over the lime-soda-feldspar. The name quartz-monzonite is in this case in a better accord with the high percentage of alkalies, equalling that of some true syenites, as well as with a percentage of lime, lower than what is customary in granodiorites, and, moreover, a large part of it being contained in the mafic minerals.

In Washington's tables, many analyses showing a similar composition, refer to granodioritic rocks from Western North-America, that well-known calci-alkalic petrographic province. Other similar analyses may be found among those of rocks called adamellites and banatites.

We may safely state that the analysis of the granodiorite from Mys Besimyanniy represents the composition of a rock-type of very wide-spread occurrence in the Tshivirkouy batholith as well as in its continuation in the Bargousin valley and neighbouring regions of Transbaikalia. Among the analyses of specimens collected by the Radium expedition in 1914, that of a granodiorite from »Camp Mountain» in the Namama Region near the water-shed between the Bargousin and Angara rivers, has a striking similarity to that in question. The analysis, made by the writer, gave the following figures:

	%	Mol. numb.	Mol. %	Norm			
SiO_2	66.88	1115	73.36	Quartz		17.70 %	Q = 17.70
Al_2O_3	15.24	149	9.81	Orthoclase		22.24	
Fe_2O_3	1.10	7	—	Albite		38.77	F = 70.74
FeO	2.20	31	3.03	Anorthite		19.73	
MnO	0.11	1	—		Σ sal	88.44	
MgO	1.32	33	2.17	Diopside	$CaSiO_3$	1.74	
CaO	3.14	56	3.68		$MgSiO_3$	1.00	
Na_2O	4.60	74	4.86		$FeSiO_3$	0.66	P = 7.42
K_2O	3.84	40	2.63	Hypersthene	$MgSiO_3$	2.30	
TiO_2	0.55	7	0.46		$FeSiO_3$	1.72	
P_2O_5	0.25	2	—	Magnetite		1.62	M = 2.68
H_2O	0.43	—	—	Ilmenite		1.06	
				Apatite		0.67	A = 0.67
					Σ fem	10.77	99.21
	99.66		100.00				

Lassenose (1, 4, 2, 4), near Toscanose.
The Osann figures:

s	A	C	F	a	c	f	n	k
73.82	7.49	2.32	6.56	9.0	3.0	8.0	6.49	1.32

The actual minerals of this rock are plagioclase (about Ab_{80}), orthoclase, quartz, green hornblende, titanite, biotite, diopside, apatite, magnetite, chlorite and epidote. There are many features in the structure and mineral development of exceeding interest, and they will therefore be described in some detail.

At the first sight this rock shows the most typical primary consolidation-structure possible, and every one of the constituent minerals has its given place in the series of idiomorphism. Among the four main constituents the common green hornblende is idiomorphic towards all the others showing in fact quite an ideal crystalline form, combined of the simple forms (110), (001) and ($\bar{1}$01). Thereafter follows the plagioclase, which has a marked zonal structure. Its maximum extinction angles in symmetrical sections are about 5°, but with variable sign in different zones, the percentage of albite thus varying from about 75 to 85. Myrmekitic intergrowth of quartz and plagioclase is frequent. The largest crystals of plagioclase measure about 2 cm in diameter, the hornblende prisms averaging 1.5 × 1 × 0.5 cm. The interstices between the hornblende and the plagioclase are filled up with a mass of orthoclase and quartz. The former shows an idiomorphic development towards the latter and forms the very largest crystals in the rock, being, moreover, striking by their beautiful salmon-red colour which contrasts against the white plagioclase. At places, quartz and orthoclase form a micropegmatitic intergrowth around crystals of orthoclase. No microcline is present, neither simple nor twinned.

Thus the hornblende apparently was the earliest main mineral to crystallize out. Strange to tell it is, however, of a secondary origin in such a sense that it had originated at the expense of other minerals that had crystallized out still

earlier and then been resorbed. This appears from the following facts: Enclosed in the hornblende are frequent ragged remnants of diopside, and all around the crystals there occur grains of magnetite, titanite and epidote. The diopside apparently represents the original material and the others are second-hand products of the formation of the hornblende. Still there are ragged crystals of biotite, enclosed in the feldspar as well as in the hornblende and apparently of an earlier date than the latter.

Biotite and diopside were the mafic minerals earlier than the hornblende and for greater part now resorbed. But it is quite probable that there had been still earlier crystallizations, perhaps olivine. Some aggregates of hornblende met with in dark segregations in the granodiorite may in fact be interpreted as pseudomorphs after olivine, their contours agreeing fairly well with the most common crystalline forms of that mineral.

We have here an example of formation and destruction of minerals at the magmatic stage, occurring in a rock which never was disturbed by movements, neither during nor after its consolidation. Similar phenomena have often been met with in less well preserved rocks and have there usually been attributed to later agencies. It seems to me, that the results arrived at in this case may be generalized widely. This is also in fair agreement with many results won in the later years by experimental physicochemical work.

The granodiorite of »Camp Mountain» forms a large mass. A quaternary glacier has worked out a glacial cirque in this remarkable rock, and boulders of it, transported by the ice, are widely spread around the springs of the Bargousin river. In the marginal zone the granodiorite grades into quartz-diorite showing similar magmatic resorption of the earlier diopside as the granodiorite.

A microscopic investigation of the specimens collected from the surroundings of the Tshivirkouy Bay, in numerous cases, established an almost the same mineral composition as the analyzed rocks. The composition of the plagioclase here varies between narrow limits, from about 74 to 78 percent

albite. The quartz is not abundant, while hornblende and biotite are present in conspicuous amounts. Such hornblende-biotite-granodiorites were observed by the writer e. g. at Mys Pokoyniky and at Irkana; in the neighbourhood of Mys Besimyanniy it is widely distributed. Mr. Viscont collected from point 163 B a specimen of hornblende-granodiorite having small amounts of quartz and a plagioclase that contains only about 70 percent albite.

Here and there the granodiorite passes by gradual transition into more femic types, which, however, do not occupy any large areas, but are rather like inclusions. Similar rocks are seen near the contacts with the limestones and gneisses. Apparently some of the dioritic or gabbroid intrusive rocks met with in the migmatitic area also are in a comagmatic relation to the prophyritic coarse-grained granodiorites.

The gradual transition of the normal granodiorite into more femic types takes place by means of increase in the amount of hornblende, the composition of the plagioclase being little affected. Thus, a specimen of a hornblenditic rock from Mys Monachoff consists chiefly of green hornblende and contains a little plagioclase, microcline and quartz. The refractive indices of the plagioclase are all lower than ω of the quartz and the feldspar cannot, therefore, contain more than about 15 percent anorthite.

Porphyritic coarse-grained granite.

The varieties more femic than the main type being quantitatively of little importance, more salic types of the coarse-grained porphyritic rocks occupy large portions of the great batholith. Greater part of them are true granites, the alkali-feldspar exceeding largely the lime-soda-feldspar. At the same time the hornblende often though not always disappears.

Specimens of such granites were collected from point 156 A, from Mys Pokoyniky and from the island of Baklani. The distribution of the granitic and granodioritic portions of the batholith does not show any regularity. Both types

are found in the central part of the mass as well as near the boundaries and in the apophysal intrusions in neighbouring migmatitic areas.

As representative of the mineralogical characters and structure of the porphyritic granites may be taken the specimen from point 156 A. The rock consists of phenocrysts of micro-perthite, 10—20 mm in diameter, embedded in a millimeter-grained mass of plagioclase, microcline, quartz, biotite, hornblende, titanite, magnetite and apatite.

P l a g i o c l a s e is found as euhedral crystals enclosed in the perthitic phenocrysts, and as anhedral grains in the ground-mass. A section $\perp$ *PM* showed extinction parallel to the trace of *M*, corresponding to the composition Ab_{80}. Towards the microcline the grains have albitic border-zones.

The p o t a s h f e l d s p a r in the ground-mass is cross-hatched microcline destitute of perthitic albite. The phenocrysts of potash feldspar contain abundant albite in perthitic intergrowth showing distinct zonal development, the albite laths being most abundant in zones arranged along certain crystalline faces. The potash feldspar in this zonal perthite seems to be orthoclase; at places very fine microcline twinning may be observed, but on the whole the quadrille-structure if existing has submicroscopic dimensions. There are, however, large amounts of coarsely cross-hatched microcline also, the microcline structure being apparently of secondary origin. Often such microcline traverses the whole individual along lines that seem to represent deformation zones. Cracks are often seen in these. The microcline portions are, in most striking manner, very poor if not quite devoid of the perthitic albite laths.

The other minerals do not need any special description.

Many other specimens contain only cross-hatched microcline as potash feldspar. M y r m e k i t i c intergrowth of plagioclase and quartz is common in such varieties.

To these microcline-granites also belong the porphyritic granites found as intrusives in the migmatite area, e. g. at points 7, 31 and 33. The specimens collected from these points consist of the following minerals: microcline, plagio-

clase (Ab_{80}), biotite, quartz, dark green hornblende, magnetite, titanite and apatite. The large phenocrysts of cross-hatched microcline contain narrow perthitic albite-laths in small amounts. Grains of plagioclase surrounding the microcline or included in it have developed abundant myrmekite, which is often restricted to the albitic border zones of the plagioclase, the late origin of the implication being thus apparent.

The small quantities of quartz present in most of the porphyritic granites, in the large batholith as well as in the small intrusions within the migmatite area, is very striking. The composition must in many cases be that of a quartz-syenite. As the rocks are, at the same time, poor in mafic constituents, the alkali content must be high. Such a sub-alkaline character is really a feature common to the Trans-baikalian igneous areas on the whole, so far as appears from the investigation of the Radium Expedition.

The Aplitic Zone round the Tshivirkouy Batholith.

As mentioned above the vast massif of mainly porphyritic granite and granodiorite is, towards the West, bordered by light-coloured medium- and even-grained granites of rather aplitic character. Near Makarova, on the southeastern half of the peninsula, this granite separates the porphyritic variety from the migmatite area. The field-observations are, briefly summarized, as follows.

On the southeastern coast of Sviatoy Noss northeast of Makarova most part of the shore-drift consists of light grey even-grained granite, poor in biotite. The whole southern slope of the mountain ridge is made up of this granite, often cut by primary dikes of still lighter aplite. The main rock is homogeneous and could very well be used for technical purposes. An ill developed jointing in the direction of the general strike of the schistose formations in the Northwest, being about N 55° E, vertical, is always visible. Blocks of amphibolite are sparingly enclosed in the granite and towards the migmatite area they grow gradually more and more numerous.

Southwest of Makarova the migmatite dominates. In the form of dikes the aplitic granite, however, is common in all the exposures of the southern part of the peninsula.

On the coast of the Tshivirkouy Bay, aplitic granite was observed at several localities, which seem to be separate occurrences, some of them dike-formed, other forming smaller massifs in the mixed formation. A few of the occurrences may be mentioned: At point 141 A, is exposed aplitic granite, forming stretched out masses along the main strike and interstratified with limestone. At point 142 A occurs a larger body of grey granite showing distinct parallel arrangement along the strike, *N* 70° *E*. The rock is poor in coloured constituents and rich in quartz. Going further upwards in a northwesterly direction the granite grades, at point 143 A, into migmatite, enclosed fragments of amphibolite becoming more and more numerous.

Further south, at points 156 A and 157 A the main part of the rock is a porphyritic gray granite which, however, frequently grades into the even-grained aplitic variety. This is especially the case around fragments of amphibolite and in apophyses from the granite into the amphibolite. The even-grained granite is here commonly hornblende-bearing. At point 158 A was found only even-grained hornblende-granite intruding limestone. Fragments of andradite-skarn are included in the granite. Such is also the case at point 160 A. Going farther south one finds the porphyritic variety to become dominating, but there are transitions into the aplitic variety, e. g. at points 170 A and between 172 and 175 A, where numerous schlieric portions richer in biotite than the main rock are apparently remnants of assimilated amphibolite fragments. Still at Irkana, in the inner part of the Tshivirkouy Bay, within the granodiorite area, a few larger masses of even-grained granite occur.

From the observations quoted it appears that the even-grained aplite-like granite chiefly appears at the margins of the batholith whose main parts are built up by the porphyritic variety. The field-observation was not quite sufficient to show, how regular the aplitic marginal zone may be.

On the coast of the Tshivirkouy Bay, at least, it is frequently interrupted by the porphyritic variety. For chemical study of the even-grained granite was selected a specimen collected from point 5, at the summit of the Sviatoy Noss ridge near Makarova. The analysis, made by the writer, gave the following result.

	%	Mol. numb.	Mol. %	Norm		
SiO_2	70.88	11.81	78.01	Quartz	23.34	Q = 23.34
Al_2O_3	14.80	145	9.57	Orthoclase	26.13	
Fe_2O_3	1.00	6	1.85	Albite	40.35	F = 71.48
FeO	1.08	15		Anorthite	5.00	
MnO	0.10	1		Corundum	0.31	C = 0.31
MgO	0.28	7	0.46	Σ sal	95.13	
CaO	1.33	24	1.58	Hypersthene $FeSiO_3$	0.66	P = 1.36
Na_2O	4.80	77	5.08	Hypersthene $MgSiO_3$	0.70	
K_2O	4.42	47	3.10	Magnetite	1.39	M = 2.15
TiO_2	0.39	5	0.33	Ilmenite	0.76	
P_2O_5	0.30	2	—	Apatite	0.67	A = 0.67
H_2O	0.39	—	—	Σ fem	4.18	
						99.31
	99.77		99.98			

Toscanose, near liparose (1, 4, 2, 3).
The Osann figures:

s	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f*	*n*	*k*
78.34	8.18	1.39	2.50	13.5	2.5	4	6.21	1.44

The normative plagioclase is Ab_{90}. The actual plagioclase is nonhomogeneous, the somewhat turbid cores having in sections ⊥ *PM* extinction angles of — 8°, corresponding to the composition Ab_{88}, while the marginal portions show extinction angles up to — 12° which indicates the composition Ab_{95}. The other minerals are cross-hatched microcline, quartz, rather pale brown biotite, muscovite, magnetite and

apatite. Assuming the albite, magnetite and apatite to be present in the same amounts as they appear in the norm and rating the amount of muscovite approximately, the actual mineral composition or mode of this rock may be calculated as follows:

Quartz	24.66
Microcline	22.24
Albite	40.35
Anorthite	3.89
Biotite	5.44
Muscovite	0.50
Titanite	0.78
Magnetite	1.39
Apatite	0.67
	99.92

About the structure of this rock, little of interest can be said. All the minerals are devoid of crystalline forms and their boundaries are ragged or serrated.

No perthite is present. The quartz shows very little strain shadows.

Specimens of the aplitic granites from other localities examined microscopically do not exhibit anything of particular interest. The structure is always the same, aplitic. The mineral composition is invariably characterized by the prevalence of alkali feldspars. Orthite with surrounding epidote was observed in some specimens. Magnetite is always rather abundant as an accessory.

The Dike-rocks.

Aplite Dikes.

Dikes of granite-aplite are met with on Sviatoy Noss wherever rock is exposed. In the even-grained aplitic granite they present the aspect of primary dikes having ill defined boundaries and the dike-rock being often nearly identical with its country-rock, but containing a little smaller amounts

of biotite. In the porphyritic granite of the great batholith these dikes are sharply defined, and in the migmatite area they appear in the manner of true fissure-dikes independent of the strike. The dikes also cut the intrusive granitic portions of the migmatites, a fact indicating them to be the youngest intrusions. At places, however, there are still younger dikes of melanocratic rocks.

For illustrating the chemical composition of the granite-aplite, I executed a chemical analysis on a specimen collected from one kilometer northwest of Mys Besimyanniy. The dike cuts the porphyritic granodiorite which in this tract is typical and homogeneous. It is a dike-breccia, blocks of a melanocratic rock being enclosed in the aplite. The analysis gave the following results:

	%	Mol. numb.	Mol. %	Norm			
SiO_2	73.89	1231	79.99	Quartz	28.62		Q = 28.62
Al_2O_3	13.37	131	8.51	Orthoclase	37.25		
Fe_2O_3	0.57	4		Albite	26.20		F = 67.34
FeO	1.22	17	1.69	Anorthite	3.89		
MnO	0.05	1		Σ sal	95.96		
MgO	0.41	10	0.65	Diopside $CaSiO_3$	0.46		
CaO	1.18	21	1.36	Diopside $MgSiO_3$	0.20	0.92	
Na_2O	3.14	50	3.25	Diopside $FeSiO_3$	0.26		P = 2.78
K_2O	6.26	67	4.36	Hypersthene $MgSiO_3$	0.80	1.86	
TiO_2	0.33	3	0.19	Hypersthene $FeSiO_3$	1.06		
P_2O_5	0.12	1		Magnetite	0.93		M = 1.39
H_2O	0.33			Ilmenite	0.46		
				Apatite	0.34		A = 0.34
				Σ fem	4.51		
							100.47
	100.87		100.00				

L i p a r o s e (1, 4, 1, 3).
The Osann figures:

s	A	C	F	a	c	f	n	k
80.18	7.61	0.90	2.80	13.5	1.5	5.0	4.27	1.59

The actual minerals of this rock are, named in the order of their abundance: Microcline, plagioclase, quartz, biotite, hornblende, titanite, apatite, orthite with epidote, magnetite. No calculation of the mode was carried out, because it is very uncertain as to the mafic constituents in such cases when both hornblende and biotite are present. The normative plagioclase is Ab_{88}. In a thin section the plagioclase showed, in symmetric sections, a maximum extinction angle of — 7° which should give a value of about Ab_{85}.

The occurrence of hornblende is most probably a consequence of assimilation of the fragment rock which is a hornblende-kersantite. That resorption has actually taken place, appears from the rounded forms of the fragments.

Most of the other specimens from aplite dikes examined under the microscope were also found to contain microcline in excess over the plagioclase, like the analyzed example. I have not examined specimens from a sufficient number of dikes to state how general is really this potassic character of the aplite, but certainly it is not invariable. Thus a specimen from topographical point 18, collected by Mr. Viscont, showed quite other proportions: The rock consists chiefly of feldspars and quartz. Among the former, plagioclase is far more abundant than the potash feldspar and forms somewhat larger grains which are idiomorphic. They contain potash feldspar in antiperthitic intergrowth. The plagioclase shows only very small extinction angles, thus being probably near Ab_{80} in composition. As a mafic mineral there are very small quantities of pale green hornblende.

Dikes of Melanocratic Rocks and Composite Dikes.

At places dikes of dark hornblende-bearing rocks are fairly frequent on Sviatoy Noss. They accompany the aplite dikes, and sometimes have formed composite dikes with the latter. Most occurrences of the dark dikes were met with on the southeast shore of Sviatoy Noss. Another tract where

they are numerous is the east shore of the Tshivirkouy Bay. In the following I shall quote some of my notes concerning their occurence.

At point 8 is exposed a nearly massive amphibolite cut by several intrusions (fig. 5). The oldest are schlieric granite intrusions tending to give the whole an aspect of ader-gneiss, and are no doubt to be parallelized to those intrusions which



Fig. 5. Many intrusions in amphibolite. SE-shore of Sviatoy Noss. Photo P. Eskola.

in more distinctly schistose rocks have given rise to ader-gneiss. This migmatite has been intersected by a dark dike rich in amphibole, seen at the left hand side in the figure. Thereafter followed intrusions of aplite cutting all the above-named rocks and forming a composite dike with the older dark dike-rock. Then another intrusion of dark hornblende-biotite-rock followed cutting one of the large aplite dikes (in the middle part of the figure). At last still narrow dikes and veins of aplite were intruded. Thus no less than five generations of dikes and veins can be traced at this place.

At point 19 was observed a fine example of composite dike (fig. 6), intruding an adergneiss. The middle part of the dike consists of a dark kersantitic rock composed of hornblende, biotite and feldspar. This rock has been broken



Fig. 6. A Composite dike-breccia in adergneiss. SE-shore of Sviatoy Noss. Photo P. Eskola. (The hammer-shaft is 42 cm in length.)

up into fragments which, somewhat rounded by resorption, are enclosed in the aplite.

At point 26 an amphibolite-migmatite is invaded by a grey minette dike. This cuts across the aplite dikes and the granite veins of the migmatite, but it is itself intersected by other narrow (2 cm in bredth) dikes of aplite. The minette, examined under the microscope was found to consist of plagioclase (Ab_{60}), biotite, quartz and a little microcline.

At point 29 the main rock is porphyritic granite forming a migmatite with gneissoid rocks, and such mixtures are intersected by the aplite. The migmatite is also invaded by dark dikes, some of which are older and other younger than the aplite dikes (fig. 7). Composite dike breccias also occur.

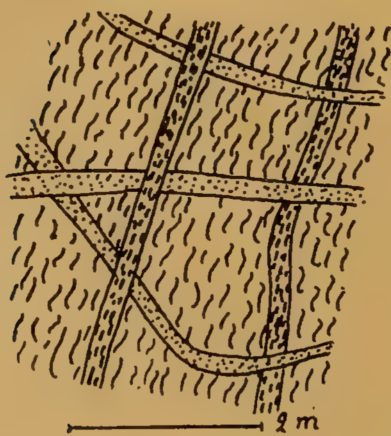


Fig. 7. Dikes in migmatite SE-shore of Sviatoy Noss.

At point 38 *A* occurs a differentiated dike whose breadth is appr. 20 meters. This dike invades amphibolite-adergneiss in a north-southerly direction obliquely to the strike of the latter and in a vertical position. The western border is made up of a dark-coloured hornblende-gabbro which passes gradually into a hornblende-granite, on the eastern side. Close to this dike in W there is a parallel simple dike of the same kind as the most femic portion of the differentiated dike.

At point 42 A a dark dike intersects coarse-grained graphite-limestone. This dike-rock consists of biotite, pale brown hornblende, colourless pyroxene and smaller amounts of plagioclase (labradorite).

Near Mys Besimyanniy composite dike-breccias of kersantite and aplite invaded the porphyritic granodiorite, as already mentioned. Both the aplite and the kersantite were subjected to chemical analysis. That of the aplite was quoted above (p. 26). The analysis of the kersantite, made by the writer, gave the following result.

	%	Mol. numb.	Mol. %	Norm			
SiO_2	51.03	851	57.93	Orthoclase		16.68	P = 77.49
Al_2O_3	20.15	198	13.48	Albite		33.01	
Fe_2O_3	2.02	13		Anorthite		27.80	
FeO	7.48	104	9.06	Nephelite		1.42	L = 1.42
MnO	0.21	3				Σ sal 78.91	
MgO	1.77	44	2.99	Diopside	$CaSiO_3$	1.63	3.32 / P = 13.19
CaO	7.29	130	8.85		$MgSiO_3$	0.50	
Na_2O	4.24	68	4.63		$FeSiO_3$	1.19	
K_2O	2.80	30	2.04	Olivine	Mg_2SiO_4	2.73	9.87
TiO_2	1.20	15	1.02		Fe_2SiO_4	7.14	
P_2O_5	0.76	5	—	Magnetite		3.02	M = 5.30
H_2O	0.42			Ilmenite		2.28	
				Apatite		1.68	A = 1.68
						Σ fem 20.17	
							98.08
	99.37		100.00				

Andose (II, 5, 3, 4).
The Osann figures:

s	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f*	*n*	*k*
58.95	6.67	6.81	14.09	5.0	5.0	10.0	6.94	0.87

The mineral constituents, named in the order of their abundance, are plagioclase, biotite, hornblende, titanite and apatite. The plagioclase builds up a little more than a half of the rock-mass; the biotite is only a little more abundant than the hornblende.

The plagioclase occurs in the form of isometric polygonal grains and shows rarely a few twinning lamellae. The extinction angle in sections $\perp$ *PM* is about $+6°$, the refringence being considerably high as compared with the Canada balsam. The composition should therefore conform to Ab_{74}. No potash feldspar is actually present, the potash content entering into the biotite in which the ratio K_2O :

SiO_2 being less than 1 : 6 causes the appearance of normative nephelite, as is often the case in rocks free from quartz but with abundant biotite.

The h o r n b l e n d e is of the common green variety having rather dark colours. The b i o t i t e also has dark colours (mark the high ratio $FeO : MgO$ in the rock).

The mica is idiomorphic towards the hornblende and both are idiomorphic towards the plagioclase. The structure of this dike-rock is really, so far as I can judge, quite identical with that of many crystalloblastic amphibolites. The pavement-like fabric of the plagioclase mass is the same, so is also the idiomorphism or, as one would call it in a metamorphic rock, the idioblasticity, of the mafic constituents, and the similarity is still accentuated by a marked parallel arrangement of most of the hornblende and biotite crystals.

The average grain is about 0.3 millimeters in diameter. The crystals of hornblende and biotite are somewhat larger than the feldspar grains. All the constituents are perfectly unaltered. This rock has here been called kersantite to which it belongs according to the definition of Rosenbusch, being a melanocratic dike-rock of the granite-dioritic series characterized by the mineral combination plagioclase-biotite. The additional hornblende defines it as a h o r n b l e n d e-k e r s a n t i t e.

It may be remarked that in its composition this hornblende-kersantite differs from all the typical kersantites whose analyses are quoted in Rosenbusch' text-book [1]) in being considerably richer in alumina. Mineralogically this deviation means a higher proportion of feldspar in the presently discussed rock. Chemically it is more closely related to many gabbroid rocks and especially to the essexites, but in its geological occurrence it is no doubt a typical dike-rock.

There is still another chemical feature distinctive of the rock under consideration: its high proportion of ferrous oxide as compared with the amount of magnesia present. Generally such a feature is characteristic of granites and other

---

[1]) H. Rosenbusch, »Elemente der Gesteinslehre», p. 235 (1901).

highly siliceous rocks, but in this case the $FeO : MgO$ ratio is higher in the basic dike-rock than in its granodioritic country-rock, from whose magma it has obviously been derived.

It was suggested from the field observation concerning this and other similar dikes that the aplite and the kersantite should represent a diaschistic suite. We may therefore compare the analyses of both dike-rocks with that of the surrounding granodiorite.

I is the analysis of the aplite, II that of the kersantite and III that of the granodiorite, all from Mys Besimyanniy. IV is the average of 5 parts of I and 3 parts of II.

	I.	II.	III.	IV.
SiO_2	73.89	51.03	65.06	65.32
Al_2O_3	13.37	20.15	15.84	15.91
Fe_2O_3	0.57	2.02	1.74	1.11
FeO	1.22	7.48	2.51	3.57
MnO	0.05	0.21	0.08	0.11
MgO	0.41	1.77	1.31	0.92
CaO	1.18	7.29	3.28	3.47
Na_2O	3.14	4.24	4.16	3.55
K_2O	6.26	2.80	4.82	4.96
TiO_2	0.33	1.20	0.63	0.66
P_2O_5	0.12	0.76	0.26	0.36
H_2O	0.33	0.42	0.57	0.36
	100.87	99.37	100.26	100.24

The ratio 5 : 3 was chosen, because a simple calculation showed the aplite and kersantite, if mixed in this proportion, to give approximately the same percentage of silica as that of the granodiorite. It is now quite astonishing to find a very close agreement in all the other oxides also. Greatest disagreement is found in the iron oxides, but the deviation in the ferric oxide is opposite to that in the ferrous oxide.

The diaschistic nature of these and other dike series thus seems obvious. But the relations must not be understood as if the average composition of all the existing dikes should be identical with that of the granodiorite-granite-

mass: the number and quantity of the melanocratic dikes is quite trifling as compared with the aplites. No less difficult to explain is also the frequent recurrence of the lamprophyric and aplitic intrusions observed in so many places. The composition of the lamprophyres appears to be variable and not conformable to the typical dike-rock families.

The dike-rocks on Sviatoy Noss thus offer many interesting features, but the observation does not give any positive evidence, as to the mode of origin of the diaschistic rocks. Further discussion therefore seems unnecessary, until more knowledge about the physico-chemical processes at such differentiation is arrived at.

The pegmatite.

Common pegmatite and its contact-products.

Common pegmatites are called all such pegmatites which have microcline-perthite, quartz and mica as their main constituents. Such pegmatites are found in every part of Sviatoy Noss and penetrating all the other kinds of rocks.

In the fine-grained aplite-like granite forming a zone around the great granite mass the pegmatites often display a zonal structure, elongated crystals of feldspar protruding from the salbands in a parallel arrangement towards the central parts.

Pegmatitic segregations or primary veins similar to those described above are largely distributed in all the smaller and larger masses of aplitic granites invading the schistose rock and also in such masses which are themselves dike-formed. The pegmatites intruded in the coarse-grained granitic rocks are more independent in their occurrence than those in the aplitic granites and generally have sharp boundaries. The central zone of the dikes often is made up of quartz. Orthite in the form of minute crystals of the typical shape is fairly common, though never found in any large quantities.

Within the area of mixed rocks on the southwestern shore of the peninsula pegmatites also occur, though not in any great frequency. The rock is composed almost exclusively of potash feldspar and quartz, often in graphic intergrowth, and with irregular lumps of magnetite, which seems to be a regular constituent of the pegmatites in this part of the peninsula.

Near topogr. point 7 a limestone mass is penetrated by numerous dikes of aplitic pegmatite at whose contacts a wall of contact minerals has been developed. Nearest to the pegmatite occurs a zone of dark hornblende and thereafter another zone of light green or nearly colourless diopside in contact with the limestone. Around this compact wall of the lime-silicate minerals a zone of limestone is still impregnated with numerous rounded grains of the pyroxene. At places there is, between the pegmatite and the hornblende zone, a third compact zone of scapolite. In part the pegmatite dikes are very narrow, being nevertheless surrounded by exomorphous contact zones of a considerable thickness, often thicker than the pegmatites themselves. And where the dikes taper out, their continuation is formed by fissures which are still surrounded by the same contact zones, the scapolite wall forming their central part. The pegmatite dikes have thus graded over into scapolite dikes. This phenomenon gives clear evidence of iron- and magnesium-silicates being transferred from a magma to its country-rock, as is postulated e. g. by the theory of the skarn formation in limestones by the influence of the granite magma. Such contact walls are, however, of quite an exceptional occurrence. By far the greater part of the pegmatite dikes intersecting limestones have sharp boundary lines without any contact minerals whatever.

At point 7, near the above-named occurrence of scapolite, the limestone encloses pyroxene in the form of large lumps, the structure of the pyroxene mass as well as the character of the mineral, which is a nearly colourless diopside, being quite the same as in that occurring at the contact wall of the pegmatite dikes. More irregularly formed inclusions occur

in the mylonitic limestone on the shores of the Tshivirkouy Bay, e. g. at the Molodost Bay and on the isle of Kyltyghey. Here were found inclusions of ordinary pegmatite as well as pyroxene- and amphibole-rocks, and also fragments of a scapolite-rock that closely resembles the rock of the »scapolite-dike» forming the continuation of the pegmatite dike near point 7.

The last-named inclusions of pegmatite or its contact products in the mylonitic limestone could be easily understood as simple fragments of dike masses which have been broken up at the same time that the mylonitic structure of the limestone originated. It is remarkable, however, that at places there are contact walls or reaction rims around the ends of such broken up fragments.

Those inclusions occurring in the coarsely crystalline limestone cannot be interpreted in the above-named way as there is no mechanical deformation bearing evidence of movements in late geological times, posterior to the final recrystallization of the rock masses. These inclusions are no more simple results from the influence of the contact action of the neighbouring granite masses, as at the immediate contacts of the latter towards the limestones there are no contact minerals whatever, and it does not therefore seem probable that they might have given rise to pneumatolytical products at a distance. It was observed, moreover, that the occurrence of the inclusions is not in any way dependent on the presence of granite masses: they are not at all commoner in the vicinity of the granites than elsewhere.

It remains to explain these fragments to be formed at an earlier stage, before the perfect chemical metamorphism and the granitization of these formations took place. Crustal movements might at that time have caused mechanical deformations and breaking up of rock masses. Movements, of course, continued still at the same time as the intrusion of granites and pegmatites had begun. We may therefore assume that those pegmatites occurring in the form of fragments in the limestone have originated at the earlier stages

of the great ancient orogenetic period, before the main part of the chemical metamorphism had been performed.

Diopside-pegmatite.

On the western shore of Sviatoy Noss, pegmatites as well as other rocks were observed mainly as boulders of the shore-drift. Here was observed a special type of pegmatite which was later found to be largely distributed and characteristic of the Transbaikalian crystalline region, being found in all the tracts where limestones have an extensive occurrence. This pegmatite is characterized by the occurrence of diopside as the main mafic mineral. In the following it will therefore be designated as diopside-pegmatite. Another very invariable and often abundant constituent is titanite. When first observed as blocks among those of the sviatonossite, this pegmatite was considered as belonging to the latter rock, but later observation proved this supposition erroneous: the diopside-pegmatite is really confined to the limestone and to the vicinity of the limestone masses. It occurs in all parts of the peninsula, but it does not form very large masses. Nor are all pegmatites intruded in limestone areas diopside-bearing: the common pegmatites are much commoner also in the limestones.

The mineralogical composition of these pegmatites was found to be remarkably constant, though there is much variation in the quantitative proportions between the different minerals. Often plagioclase is the most abundant constituent. Studied microscopically, the plagioclase was found to have the composition of oligoclase, about Ab_{80}. This mineral then forms the largest individuals, and microcline is present as a fine-grained mortar between the plagioclase crystals. The latter also contain spot-like inclusions of microcline as a kind of antiperthitic intergrowth. In other cases the microcline is the dominant feldspar, forming the largest individuals. It is of a gray colour. Quartz is usually only present in small amounts. The diopside is greenish gray or nearly colourless, often having the pro-

perties of the baikalite from the south shore of Lake Baikal, which, in fact, occurs in quite the same kind of pegmatite. This mineral often shows fine euhedral development. The end planes usually are ill developed or wanting. All around the pyroxene there are smaller prisms of a pale green amphibole in which the angle $c : \gamma = 20°$ and $\alpha = \beta$ = yellowish $< \gamma$ = pale greenish. This amphibole no doubt represents a product of alteration of the pyroxene at an early stage.

Titanite is, in the diopside-pegmatite, always present in considerable amounts and as large crystals. In many cases it assumes the character of an ordinary constituent whose amount may equal or exceed that of all the other constituents.

Another rather abundant accessory mineral is apatite. Small crystals of orthite also occur frequently.

A further very remarkable feature of this pegmatite is the frequent occurrence of graphite which is present in the form of thin scales.

It is apparent alone from the composition of this pegmatite that its occurrence has a close relation to the limestones of this region, as all its characteristic minerals are lime-bearing. And, as already mentioned, it is found only where limestone occurs, while elsewhere the pegmatites always are of the common kind. In Finland also similar pegmatites often occur in connection with limestones, e. g. in the quarries of Kirmonniemi in Korpo, studied by A. Laitakari [1]) and at many localities in southwestern Finland investigated by myself. Especially in the parish of Lohja, where limestone forms a rather extensive area, have I found pegmatites very closely resembling the diopside-pegmatites in Transbaikalia. In most of these Finnish occurrences the abundance of titanite is as remarkable as in the diopside-pegmatite of Sviatoy Noss. The occurrence of graphite in the latter is of quite a special interest and no doubt referable

---

[1]) Aarne Laitakari, »Le gisement de calcaire cristallin de Kirmonniemi à Korpo en Finlande» Bull. Comm. géol. Finl. 46 p. 22.

to the fact that the limestones in this region are graphite-bearing.

The diopside-pegmatite occurs as rather narrow dikes, as a rule not exceeding one meter in breadth. Where broader dikes are seen in their vicinity, these are common pegmatite dikes containing micas or hornblende, but no diopside or titanite.

The diopside-pegmatite is of a considerable interest from the petrological point of view, as it exhibits an example of assimilation of the country-rock by pegmatite, a magma which, after all probability, has never been heated to any high temperature when intruded.

Hornblende-pegmatite.

On the shore between North Cape and the isle of Kyltyghey were found dikes of pegmatite of a type which in numerous occurrences preserves approximately the same structural and chemical characters. It is only rarely truly pegmatitic with coarse-grained quartz-feldspar-mass, but more often composed of a medium-grained feldspar in which are embedded large groups of biotite and hornblende. This biotite-hornblende-pegmatite occurs only in the hornblende-gneiss and probably its composition is in part owing to an assimilation of the country-rock. The mica groups as well as the hornblende crystals are in part arranged in the direction of the dikes which is usually the same as that of the foliation of the country-rock. Many of them attain a considerable breadth, up to several meters.

This pegmatite is remarkable because containing more o r t h i t e than any other kinds of pegmatite on Sviatoy Noss. Most dikes contain at least some minute crystals and at places rather numerous and comparatively large, up to 2 cm in maximum diameter. In greatest frequency we met with them at the shore about 4 or 5 kilometers from the North Cape towards the Molodost Bay. The pegmatite is here found as rather narrow dikes, less than one meter in thickness, and their rock is aplitic in ground-mass but speckled

with groups of biotite. At places it grades over into a truly pegmatitic variety. The crystals are tabular on (100). This is probably the same locality where Kotoulsky has found somewhat larger crystals of orthite [1]), containing, according to an analysis of Nenadkevitsh, 3.5 % ThO_2.

The result of a microscopical study of this orthite-bearing aplite-pegmatite showed this rock to have quite an exceptional composition. The mineral constituents are: plagioclase, hornblende, biotite, quartz, orthite, apatite. This probably is the order of the quantitative proportions of the minerals in this rock. Potash feldspar was not at all observed. The plagioclase is comparatively rich in anorthite, as appears already from the high refringence, all the indices of refraction being higher than ω in the quartz, and γ, also higher than ε. Extinction angles in sections $\perp$ PM were found to be about 20°. Both the properties named indicate a mixture of about Ab_{60}.

The hornblende is the most abundant constituent in the dark spots, forming a finely granular mass. When bounding the feldspar it is idiomorphic in the prismatic zone. It is reddish brown in colour, with the pleochroism: α = pale yellow < β = reddish brown < γ = reddish brown. The birefringence is somewhat higher than in the common green hornblende, as the interference colour may be as high as green of the second order. b = β, $c : \gamma$ = 15° approx. The biotite shows a very dark reddish brown colour for α and β. This mineral takes part in the constitution of the dark spots, but it is rare as compared with the hornblende. In many cases, however, it is found in the form of large scales scattered throughout the aplite-like mass. Apatite is sparingly present.

It will appear from this description, that the orthite-bearing aplitic pegmatite has quite another composition than any other pegmatitic rocks of the peninsula. It is in fact the composition of diorite, with dominant andesine feldspar

---

[1]) В. Котульскій, Маршрутныя изслѣдованія въ Баргузинскомъ округѣ въ 1912—1913 году, Петроградъ 1915, p. 41.

and with hornblende as a rather abundant mafic mineral. One is inclined to suspect genetical connection with its country-rock. The latter is amphibolite, in part amphibole-gneiss. Similarity in the composition is therefore quite apparent. As the country-rock is a metamorphic rock with pronounced foliation which no doubt is of metamorphic nature, we cannot suppose any segregation from common magma. It seems far more plausible to think of a digestion of the amphibolites by the pegmatitic exhalations, resulting in a pegmatitic rock resembling in its composition the surrounding amphibolitic rock.

In the same tract where the aplitic pegmatite rich in orthite occurs there are other dikes of common pegmatite, usually containing prevalent potash feldspar and large amounts of quartz, besides either biotite or muscovite or both kinds of mica at the same time. At numerous points on the shores of the Tshivirkouy Bay were found, in the shore-beach, blocks of pegmatite containing large crystals of black tourmaline.

The orthite-bearing biotite-hornblende-pegmatite is older than all the other dikes of pegmatite in this tract and is cut sharply across by them.

The Sviatonossites (andradite-syenites) and Related Rocks.

The occurrences.

A peculiar rock-type found on the peninsula of Sviatoy Noss contains andradite and aegirite-augite. The felsic constituents are represented only by feldspars which are, in most cases, highly alkaline, i. e. potash feldspar in perthitic intergrowth with soda feldspar, and plagioclase, very rich in the albite-compound. Thus the rock has the felsic minerals of a true syenite, and from its peculiar mafic constituent it could be called andradite-syenite. In its bulk composition, however, this rock is very far from any syenite.

An outcrop of the s v i a t o n o s s i t e was first found on the western slope of the Sviatoy Noss mountains, at point

59 B. From this point the exposures continue along the ridge followed by the route into point 62 B. West of the first-named point we did not see any outcrops of rocks, but it seems probable that the syenites continue somewhat farther northwest.

A few kilometers westwards from the above-named occurrence the same rock was found at point 51 A. Here is the northwestern border of the sviatonossite mass, bounded by limestone.

Still farther west the same rock-mass was crossed by the route at points 64 B k and 64 B l. In this section the breadth of the mass could be estimated at about one kilometer. In the above-named localities the zone is much broader.

From these observations it appears that the sviatonossite mass in question is stretched out in a direction of approximately N 60° E or nearly parallel to the strike of the injected rocks. The length of this mass is about 5 kilometers in minimum.

Wave-worn blocks of the sviatonossite were found, in a great abundance, among the shore-drift on the western coast of Sviatoy Noss, northwards from point 47 A. It was here the garnet-bearing syenites first attracted my attention during an excursion along the beach. Going towards the North the relative amount of these rocks in the shore-drift increases rapidly to more than 50 percent of the whole material. This place is situated nearly where the sviatonossite-mass would cross the shore-line, if continued along its strike. Thus it seems possible that the rock-mass reaches up to the shore, though here hidden beneath the drift. Farther north blocks of the sviatonossite are sparingly found in the drift, until, at Markova, their amount increases once more, though never to such high percentages as near point 47 A. It is, however, safe to assume that andradite-bearing syenitic rocks build up parts of the rock-crust in the central parts of the peninsula, not far from Markova. Related rocks of granitic and syenitic composition, containing the same kind of green monoclinic pyroxene as the sviatonossite, are

exposed at point 74 A on the beach, and at point 75 A similar whitish granite is found in the form of large blocks that can not have been transported any long ways.

The sviatonossite displays great variation in its structure as well as in its composition. Porphyritic types have phenocrysts of perthitic feldspar. Some varieties contain only andradite as a mafic mineral, in others there is much pyroxene. Many specimens are destitute of garnet, and the rocks are normal pyroxene-syenites. In many places the sviatonossite grades into syenite-aplite by disappearance of the garnet and pyroxene. In most specimens no quartz could be detected under the microscope, whilst some contain small quantites of this mineral and rarely (north of Markova) the rock grades into true granites rich in quartz. Further considerable diversity in the chemical nature of these rocks is due to the variation of the composition of the plagioclase and the quantitative ratio of the plagioclase and the potash feldspar. In most of the specimens collected from the actual outcrops the plagioclase is comparatively rich in anorthite, the rocks being at the same time even-grained and, as a rule, poor in pyroxene. Gradual transitions into aplitic and quartz-bearing types are here common. At point 59 B the homogeneous rock is cut by some primary dikes, but slightly different from their country-rock, and other dikes of aplite and pegmatite containing much quartz. Going towards the southeast the grains of andradite in the main rock grow smaller, and the whole appearance of the rock becomes aplitic, sodic plagioclase being the chief constituent. At first andradite is still present (point 60 B), but then disappears and is replaced by quartz (point 61 B), and, at point 62 B, the whole eruptive mass is bounded by a schistose rock.

At point 51 A the sviatonossite shows more irregularity in its characters. The place is a ravine on the slope. On the northeastern wall of the ravine syenitic rocks without or with very little garnet were observed. On the southwestern wall there was found sviatonossite in several varieties and mixed with syenites. The sviatonossite is either coarse-

grained and indistinctly porphyritic or aplitic, this variety often forming dikes or schliers. Pegmatitic dikes contain bluish quartz.

At points 64 B k and 64 B l the rock is even-grained and contains andradite only in the form of minute grains.

In the shore-drift north of point 47 A the syenitic rocks are still much more variable, and as the wave-worn boulders are fairly fresh, a great number of specimens were collected from the beach which indeed presents a fine pattern-card of rocks from the Sviatoy Noss mountain. It may be of some interest to quote my field notes concerning the different varieties of the syenites. The following types were discriminated:

1) Porphyritic syenite with garnet. The phenocrysts are white Karlsbad twins of alkalifeldspar attaining a size of 3 × 1.5 cm. The granular ground-mass is fine-grained and contains much green pyroxene (over 50 percent) and a little garnet besides feldspar. This very peculiar rock is likely to call a petrographer's attention even at some distance.

2) Like 1), but the phenocrysts are smaller (1 × 1.5 cm) and the ground-mass coarser, being medium-grained and containing euhedral crystals of pyroxene and andradite. The latter have the simple dodecahedron form.

3) As 2), but no difference between the phenocrysts and the ground-mass individuals is noticeable. The rock is even-grained and medium-grained.

4) As 3), but the andradite-crystals play the rôle of phenocrysts attaining a size of 1 cm in diameter. Smaller crystals of pyroxene are enclosed in the andradite and are idiomorphic towards the latter. The amount of the pyroxene varies and there are examples destitute of this mineral. This is type

5) with dodecahedra of garnet in a granular feldspar mass.

6) The opposite case to 5, syenite without garnet, but with some quantity of green pyroxene. This mineral composition was often found in porphyritic examples.

7) Titanite-aplite, with large (up to 1 cm in diameter) crystals of titanite and very small amounts of altered pyroxene or amphibole. This is a common type among the dike-rocks of the sviatonossite-series, and it is a fact of much interest that these dike-rocks also often contain graphite.

The syenitic rocks found in the shore-drift near Markova are in part andradite-syenites of types 1) and 2), in part pyroxene-syenites. All varieties found here are porphyritic. The syenites and pyroxene-granites at points 74 A and 75 A are aplitic light-coloured varieties.

Two principal kinds of sviatonossite.

On merely megascopic inspection the sviatonossites seemed to present quite an irregular variability. On microscopic examination of a large number of specimens it appeared, however, that this great multitude of various types can be dealt with under two principal headings which, chemically as well as structurally, show some distinctive features.

I. The specimens of rocks belonging to the first group contain perthitic feldspar. This mineral builds up large Karlsbad twins which, as a rule, appear as phenocrysts. The feldspar of the granular ground-mass consists of potash feldspar and plagioclase in separate grains. The plagioclase contains more than 80 percent *Ab*. To this group belong all the varieties rich in pyroxene.

II. The rocks of the second group do not contain perthitic feldspar. Therefore their structure is non-porphyritic, unless the andradite happens to have a phenocrystal development. In the absence of the large perthite individuals the granular plagioclase-potash-feldspar mass is preponderating and, the mafic minerals often being scarce, the rocks approach aplites in their general habit. The plagioclase was almost invariably found to be more anorthitic than in the representatives of the former group, containing from 70 to 80 percent *Ab*. The pyroxene is present in rather small amounts, if at all. Epidote and orthite are abundant.

As to the distribution of these two principal kinds it was only stated that the rocks of the actual outcrops all belong to the second group except a few examples from point 51 A which all show megascopically an indistinct porphyritic development. In this exposure the porphyritic variety forms something like an older portion of the rock in which the non-porphyritic portions appear as numerous confused primary veins.

Examples of the first group were found very copiously and in numerous structural and mineral varieties in the shore-drift north of point 47 A and near Markova.

Considering the usual and typical structures of these two groups of the andradite-syenites one of them could be called porphyritic and the other aplitic sviatonossite. These names do not emphasize the difference appearing in the composition of their plagioclase, indicating a different degree of alkalinity. But as this difference is slight and does not seem to have any great importance, we shall not choose any special names designating these characters.

Porphyritic sviatonossite.

For closer investigation of the porphyritic sviatonossite and its minerals I selected a block from the Baikal-beach near point 47 A. It is porphyritic with white and somewhat rounded phenocrysts of microperthite and a medium-grained ground-mass in which the andradite forms somewhat larger crystals than the pyroxene.

The greater part of the block was crushed in a diamond mortar. A minor part of this was finally ground fine to serve as material for the rock-analysis. From the larger portion I picked up grains of garnet and pyroxene. Much care was taken to be sure that the garnet portion did not contain any pyroxene and vice versa. The separated portions were then crushed up to form a finer powder which was made uniform by sifting and washing. Then the samples were treated with methylene iodide in order to be freed from adhering feldspar

grains. The garnet sample was afterwards shaken with cold hydrofluoric acid, in which it is only slowly soluble; thus some impurities, still possibly present, were removed. By a microscopical examination the samples were now found to be very free from alien minerals except minute inclusions of titanite and epidote. In the garnet, the titanite inclusions are rather numerous and no doubt have some influence on the analytical figures. The pyroxene contains, besides titanite and epidote, also some green hornblende which is homoaxially intergrown with the pyroxene, as will be described on the following pages.

The rock-analysis gave the results as follows:

	%	Mol. numb.	Mol. %	Norm				
SiO_2	58.55	976	64.94	Quartz		1.92		Q = 1.92
Al_2O_3	15.62	153	10.18	Orthoclase		25.02		F = 75.22
Fe_2O_3	3.02	19	5.12	Albite		42.97		
FeO	2.57	36		Anorthite		7.23		
MnO	0.17	3				Σ sal 77.23		
MgO	1.14	28	1.86	Diopside	$CaSiO_3$	4.29	8.28	P = 14.78
CaO	7.34	131	8.72		$MgSiO_3$	2.80		
Na_2O	5.11	82	5.46		$FeSiO_3$	1.19		
K_2O	4.16	45	2.99	Wollastonite		6.50		
TiO_2	0.92	11	0.73	Magnetite		4.41		M = 6.08
P_2O_5	0.49	4	—	Ilmenite		1.67		
H_2O	0.26	—	—	Apatite		1.34		A = 1.34
						Σ fem 22 20		
								99.34
	99.35		100.00					

A k e r o s e (II, 5, 2, 4,), near M o n z o n o s e.
The Osann figures

S	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f*	*n*	*k*
65.67	8.45	1.73	13.97	7.0	1.5	11.5	6.46	0.96

The analysis of the garnet gave the following results:

	%	Mol. prop.	
SiO_2	35.74	596	609
TiO_2	0.97	13	
Al_2O_3	8.16	80	201
Fe_2O_3	19.32	121	
FeO	3.42	47	635
MnO	0.77	11	
MgO	0.84	21	
Na_2O	0.00	—	
K_2O	0.00	—	
CaO	31.16	556	
	100.38		

The analysis gives the ratio

$$RO : R_2O_3 : RO_2 = 3.16 : 1 : 3.02.$$

The theoretical ratio is 3 : 1 : 3. The disagreement may be due to the various inclusions which necessarily escape any quantative estimation.

The figures resulting from the analysis of the pyroxene are quoted below.

	%	Mol. prop.	
SiO_2	48.36	806	816
TiO_2	0.78	10	
Al_2O_3	4.96	49	87
Fe_2O_3	5.98	38	
FeO	12.64	175	326
MnO	0.71	10	
MgO	5.64	141	
CaO	19.60	350	350
Na_2O	1.96	32	33
K_2O	0.06	1	
	100.69		

No determination of water was carried out in these mineral analyses, as the material was too scanty.

In the calculation of the mode all the other minerals were computed as having their theoretical composition except the pyroxene and the andradite for which the above analyses were used. The epidote and hornblende do not appear in the mode. They were left out of calculation, firstly because they are less in quantity than any of the other minerals, and secondly because they appear chiefly as inclusions in the garnet and in the pyroxene and thus they are, in a way, included in the calculated mode also.

The following is the result of the calculation, whose method was the general one, elaborated by the authors of the »quantitative classification».

Potash feldspar	24.85 %	
Albite	41.53	$Ab_{93}An_7$
Anorthite	3.19	
Pyroxene	17.08	
Andradite	8.98	
Titanite	1.79	
Apatite	1.13	
Magnetite	0.50	
Quartz	1.11	
	100.16	

In the calculation there was left a residue of 1.11 percent SiO_2 which in the above mode was reckoned as quartz. Actually no quartz was detected under the microscope in spite of much search with convergent light, and it may be that the result is due to an accumulation of analytical errors. In other respects the result is in good agreement with the observation.

T h e p e r t h i t i c f e l d s p a r. All the large feldspar individuals which give this rock its porphyritic habit consist of a regular intergrowth of potash feldspar and sodic plagioclase having the direction of the face *M* 010 and axis *c* in common. This intergrowth no doubt corresponds with that

usually termed perthitic and is here called so, but it differs from the usual perthitic intergrowth in some respects. The plagioclase builds up portions of very irregular forms which can neither be called laths nor fringes. The structure of this kind of intergrowth is not unlike the graphic intergrowth between feldspar and quartz.

The potash feldspar of the perthite is orthoclase, having in sections normal to *M* the extinction parallel to the trace of M. Many individuals, however, show at places a confused microcline twinning which is likely to begin from cracks and from these continues some distance inwards. Such orthoclase showing an incipient alteration into microcline was found to be the regular constituent of the perthitic feldspar in the sviatonossites, in the great majority of the specimens examined microscopically. But in a few cases the potash feldspar consists of cross-hatched microcline without any traces of orthoclase, and the potash feldspar of the granular ground-mass was then also microcline. The microcline-perthite usually contains less plagioclase than the orthoclase-perthite and the fringes are rather irregularly distributed. The structure resembles more a usual perthite with narrow fringes.

The plagioclase in perthitic intergrowth is not pure albite. The ground mass plagioclase in the analyzed specimen had the composition Ab_{86}. Its refringence as compared with that of the Canada balsam was: $\gamma' > n$; $\alpha' < n$. The perthitic plagioclase showed quite the same relation towards the balsam and therefore could not be much more albitic than the ground-mass plagioclase. In a mounted section parallel to *M* from another specimen the extinction angle from the trace of *P* was found to be 12°, which indicates the same composition: Ab_{86}. In many other instances I found that the perthitic plagioclase has nearly the same composition as the most sodic part of the granular plagioclase, which often shows a zonal development.

An estimation by the Rosiwal method, carried out in the perthite of the analyzed specimen, gave 52.3 percent by volume of plagioclase and 47.7 percent by volume of orthoclase. On the other hand, many specimens contain perthite with

dominant orthoclase. The microcline-perthites, as already stated, are usually rather poor in plagioclase.

The perthitic feldspar occurs in the form of large phenocrysts which are often idiomorphic Karlsbad twins, tabular parallel to M. This is especially the case in the megascopic type 1), in which the perthite-crystals are large and the mafic minerals play a dominant part in the mineral composition of the ground-mass. The smaller the phenocrysts are, the less noticable is their idiomorphism. In all cases, even in the best developed crystals, their border-lines are fringed as if the grains of the granular ground-mass had grown into them. Thus they have forms which would be called subhedral by Iddings. This phenomenon — which is common in many porphyritic granites etc. — is probably due to a simultaneous crystallization of the marginal parts of the phenocrysts and the ground-mass crystals.

Such coarse-structured microperthite with abundant albitic plagioclase as has been described above is not uncommon in igneous rocks of the alkaline branch, e. g. in the sodalite-foyaite from Ilimausak in Greenland, as recorded by Ussing [1]). Such a perthite has little resemblance to any kind of usual fringed perthite in the whole series from homogeneous soda-orthoclase through cryptoperthites to the coarsest perthites occurring in the pegmatites. The theory of separation of the perthitic fringes in the solid state (»Entmischung»), though certainly true in most cases, can hardly be accepted as regards such regular intergrowths as we have here. As already stated, this perthite bears resemblance to the graphic structures which originate by a eutectic crystallization and it seems in fact probable that the potash feldspar and the plagioclase in this perthite have been separated already at their crystallization. Thus they would have the same origin as the so-called cryptoperthite and microperthite in the Norwegian alkaline-rocks according to J. H. L. Vogt [2]).

T h e p o t a s h f e l d s p a r i n t h e g r a n u l a r

---

[1]) N. V. Ussing, »Geology of the country around Julianehaab», Meddelelser om Grønland Vol. XXXVIII, p. 134 (1911).

[2]) T. M. P. M., 24, p. 537 (1905).

ground-mass is mostly orthoclase like the perthitic phenocrysts, but when the latter are microcline, the former is also. Moreover, I found specimens having orthoclase as phenocrysts, but microcline in the ground-mass. At first sight such microcline grains seem to be orthoclase with an undulatory exinction; by closer examination with higher powers there may be seen portions with better developed quadrille-structure.

Plagioclase in perthitic intergrowth with the ground-mass potash feldspar was found but exceptionally and only in trifling amounts, forming narrow fringes irregularly distributed in the inner parts of the host. In most specimens the potash feldspar is quite pure.

This potash feldspar occurs like the ground-mass plagioclase in the form of isometric xenomorphic grains.

The plagioclase in the ground-mass shows the same xenomorphic habit as the granular potash feldspar, and usually shows no twinning structure. When twinned, it follows the albite law. In the analyzed specimen the plagioclase is fairly uniform in composition. The extinction angle in sections normal to *PM*, determined in 4 individuals, was found to be —7°, corresponding to the composition Ab_{86}. Determinations made in other specimens from the shore-drift gave slightly variable results as appears from the following data. — All the determinations were made in sections ⊥ *PM* and confirmed by the refringence as compared with that of the Canada balsam.

Thin section N:o	% Ab	Kind of the perthitic potash feldspar	Kind of the ground-mass potash feldspar	Remarks
76	85	Or	Mr	Antiperthite in the ground-mass.
70	82—90	Mr	Mr	Perthite poor in plagioclase.
71	83—91	chiefly Or	Mr	Plagioclase (Ab_{85}) dominant in the perthite.
72	85—90	Or	Or	—
73	83—87	Or	chiefly Or	As 71.
149 (analysis)	86—91	Or	chiefly Or	Perthite with 52.3 vol. % plag.

The mean composition of the plagioclase in the rock, as calculated from the chemical analysis, is $Ab_{93}An_7$. The microscopic examination gives a little higher percentages of the anorthite, namely from 9 to 14 percent.

The average diameter of the ground-mass grains is about 1 mm. The plagioclase as well as the potash feldspar is fairly unaltered.

The andradite usually occurs in the form of euhedral crystals of the dodecahedron form that are often surrounded by pyroxene. When enclosed in the garnet, as often is the case, the pyroxene is idiomorphic towards the former. The amount of the garnet varies from 0 to about 15 or 20 percent being largest in the specimens of type I.

Under the microscope the andradite shows a brown colour and is optically perfectly isotropic. This mineral is unaltered and contains many inclusions. Among these are found nearly all the other minerals of the rock except the feldspars. Pyroxene occasionally occurs as rather large crystals. Apatite is much commoner as inclusions in the garnet than elsewhere. Magnetite, epidote and orthite have all been met with. But especially are the crystals of titanite remarkably frequent in the garnet. Most of them are anhedral, in a striking contrast to those crystals embedded in the feldspar mass. These enclosed crystals of titanite will be subject to farther comment in the subsequent discussion of the composition of the garnet.

The andradite in the sviatonossite has undoubtedly originated by crystallization from the magma. In its composition it shows, however, strong resemblance to the garnet of the skarn-rocks, found at the contacts between limestones and igneous rocks. Such andradite-skarn is also very common on the peninsula of Sviatoy Noss as enclosed fragments in the igneous rocks. To compare the composition of the andradite from the sviatonossite with that of the skarn-andradite I analyzed the andradite from a fragment of skarn enclosed in the aplitic granite on the southeastern shore of Sviatoy Noss. The skarn-rock consists chiely of andradite with greenish pyroxene (diopside-hedenbergite), and smaller

quantities of magnetite, quartz and calcite. Besides these constituents there are, just as in the skarn from many other localities, considerable amounts of epidote. For the analysis purest possible chips where selected by hand, crushed up and digested with strong hydrofluoric acid which dissolves the other constituents easier than the garnet. Some quantity of quartz, however, remained undissolved and to this is apparently due the little excess in SiO_2 over the garnet ratio shown by the analysis. The result was as follows:

	%	Mol prop.	
SiO_2	37.89	631	637
TiO_2	0.51	6	
Al_2O_3	6.86	68	187
Fe_2O_3	19.10	119	
FeO	3.30	46	605
MnO	0.80	11	
MgO	0.10	2	
CaO	30.53	546	
Na_2O	0.00		
K_2O	0.00		
H_2O	0.53		
	99.53		

In the following we quote the analysis of the garnet from the sviatonossite once more (I), to be compared with the analysis of the garnet from the skarn from Sviatoy Noss (II), and a few other analyses of the andradite from skarn-rocks: III is the analysis of the andradite from Orijärvi [1]). Analysis IV, made by M. Dittrich, represents a dark green andradite from Grua, Christiania Region [2]), analysis V, also by Dittrich, is one of an andradite from El Carmen, Concepción del Oro, Mexico [3]) and analysis VI gives the composition of the garnet fron Kamaishi, Japan [4]).

[1]) P. Eskola, Bull. Comm. géol. Finl. 40, 1914, p. 231.

[2]) V. M. Goldschmidt, »Die Kontaktmetamorphose im Kristianiagebiet», Videnskapsselskapets Skrifter. I. Mat.-Naturv. Klasse, 1911. N:o 1, p. 371.

[3]) A. Bergeat, »Der Granodiorit von Concepsión del Oro im Staate Zacatecas (Mexico) und seine Kontaktbildungen», N. J., B.-B. 28, p. 534 (1909).

[4]) Nobuyo Fukuchi, »Beiträge zur Mineralogie von Japan», 1907, p. 75—110.

	I	II	III	IV	V	VI
SiO_2	35.74	37.89	37.13	35.44	34.85	34.38
TiO_2	0.97	0.51	0.44	—	—	—
Al_3O_2	8.16	6.86	7.27	1.26	2.19	6.36
Fe_3O_2	19.32	19.10	19.74	29.18	29.03	19.99
FeO	3.42	3.30	3.60	0.41	0.19	6.24
MnO	0.77	0.83	0.74	0.48	0.35	0.60
MgO	0.84	0.10	0.00	—	0.12	0.07
CaO	31.16	30.53	31.06	32.62	32.90	31.34
Na_2O	0.00	0.00	—	0.38	trace	—
K_2O	0.00	0.00	—	0.08	—	P_2O_5 0.005
H_2O	—	0.53	0.13	CO_2 0.09	H_2O 0.16	0.61
	100.38	99.65	100.11	99.94	99.79	99.685

By a comparison of these analyses we are aware that analysis I could very well represent a skarn-andradite as well. The ratio $Fe_2O_3 : Al_2O_3$ in these garnets is somewhat variable, but we see this ratio in the andradite from the sviatonossite to be one that is very common in the skarn-andradites, too. The percentage of FeO is nearly identical in all and so is the percentage of MnO. A constant characteristic of the skarn-andradite is a low percentage of TiO_2. In this respect our garnet differs somewhat from these, containing a little more TiO_2. But, as was remarked above, this difference may be due to the enclosed crystals of titanite in this garnet. There remains still a slight difference in the amount of MgO, which in the skarn garnets is constantly almost negligible, but in the garnet in question is rather considerable.

Let us now turn to compare the andradite from the sviatonossite with lime-iron garnets from igneous rocks. They have been found almost exclusively in alkaline, mostly in nephelite-bearing rocks and the available analyses are not very numerous. For comparison, we quote again the analysis of the garnet from the sviatonossite (I). II is the analysis of andradite from the nephelite-syenite from Dungannon

township near the York River, made by B. J. Harrington [1]). III represents the »titaniferous melanite» from ledmorite-pegmatite near Bad nah'Achlaise, Ledmore, Scotland, analyzed by A. Gemmell [2]). IV is the analysis of melanite from nephelite-syenite on Alnö in Sweden. This analysis is made by Naima Sahlbom [3]). Analysis V shows the composition of the melanite from peperino, Frascati [4]).

I shall restrict myself to these examples and not consider the titanium-bearing garnets proper, such as the varieties named schorlomite and iivaarite.

	I	II	III	IV	V
SiO_2	35.74	36.60	33.51	31.15	35.09
TiO_2	0.97	1.08	6.74	6.73	3.02
Al_2O_3	8.16	9.77	8.20	3.14	8.80
Fe_2O_3	19.32	16.00	17.90	23.88 [6])	19.27
FeO	3.42	3.85	2.70	n. d.	1.80
MnO	0.77	1.30	n. d.	0.58	n. d.
MgO	0.84	1.38	1.80	—	0.47
CaO	31.16	29.31	28.86	33.44	32.61
Na_2O	0.00	—	0.46 [5]) (Na_2O + K_2O)	0.68	—
K_2O	0.00	—		—	—
H_2O	—	0.29	0.63	—	—
	100.38	99.58	100.81	99.93	101.06

Here we see our andradite beside garnets of similar origin, i. e. such as have crystallized from magmas. But

[1]) B. J. Harrington. Can. Rec. Sc., Vol, VI, 1894—95, pp. 480—481, quoted by Frank D. Adams and Alfred E. Barlow, »Geology of the Haliburton and Bancroft Areas», Canada Departement of Mines. Memoir N:o 6, p. 252.

[2]) Alexander Gemmell, »Chemical Analyses of Borolanites and related Rocks», Transactions of Edinburgh Geological Society. Vol. IX, part V, p. 419 (1910).

[3]) A. G. Högbom, »Über das Nephelinsyenitgebiet auf der Insel Alnö», Geol. För. Förhandl. 17, p. 145 (1895).

[4]) A. Knop, »Ueber den Schorlomit von Kaiserstuhl», Zeitschr. f. Kryst., I, p. 63 (1877).

[5]) Calculated as K_2O.

[6]) With a little FeO.

apparently these are far less constant in their composition than are the andradites from the skarn-rocks and we find the garnet from the sviatonossite to be more closely related to the latter. The most striking difference lies in the percentage of TiO_2 which is, in the andradites of magmatic origin, usually high. In the andradite from the sviatonossite it only exceeds slightly the proportion of this oxide in the skarn-andradites, and the same may be said of the garnet from the nephelite-syenite from Dungannon, Canada. Moreover, if we take into consideration that the garnet from the sviatonossite contains many inclusions of titanite which could not be wholly removed, it seems probable that this garnet may be identical with the skarn-andradites as regards the titanium content.

S. J. Shand has given sufficient evidence for the opinion that the titanite enclosed in andradite may have been formed as the first alteration-product of an original titaniferous garnet [1]). This may in part be the case with the andradite from the sviatonossites. The anhedral inclusions of titanite in the andradite most probably are such secondary products, while the euhedral crystals, in part enclosed in the andradite as they are, must be regarded as primary constituents. But even if we could assume that all the titanium dioxide entering into the enclosed titanite should have originally entered into the andradite, this would be evidence that the andradite nevertheless has been poorer in titanium than the garnets of most other igneous rocks.

The composition of the calcium-ferri-garnets resulting from magmatic crystallization probably is dependent, besides, upon the composition of the magma, on the temperature and pressure conditions and still perhaps on the presence of mineralizers, whose effect may be a lowering of the temperature of crystallization. Schorlomites and other garnets containing very much titanium are found in laccolithic eruptive-masses whose consolidation probably was due

---

[3]) S. J. Shand, »On Borolanite and its Associates in Assynt», Transact. Edinburgh Geological Society, Vol. IX, p. 205 (1909).

to cooling at a rather quick rate, as compared with batholitic rocks. In such masses the garnets seem to be the richer in titanium, the higher the total percentage of titanium in the rock. Very probably, however, such titanium-garnets never were truly stable. On the contrary, deep-seated batholithic eruptives such as those of the Haliburton and Bancroft areas in Canada and the sviatonossites have produced garnets with low percentages of titanium associated with titanite. Likewise at many occurrences at the contacts of limestones andradite devoid of titanium proves to have been stable in association with titanite.

At the later stages of the mineral development the garnets are likely to be freed from a great part of their titanium. We may assume these titanium-bearing garnets to be composed of the same isomorphous compounds as the schorlomite, containing in part trivalent, in part tetravalent titanium according to the formula

$$Ca_3(Fe,Ti)_2(Si,Ti)_3O_{12}.$$

The decomposition of this garnet into andradite and titanite can possibly take place without any other substances partaking in the reaction except the addition of some silica, and oxygen.

A slight, but possibly essential difference between the skarn andradites and the garnets from alkaline eruptives may be traced in the percentage of magnesium oxide which in the former is almost none, in the latter varying between a half and some two percent.

From the above comparison of the different kinds of calcium-ferri-garnets we are led to the conception that the andradite in the sviatonossites, in spite of its apparent magmatic origin, must have been formed under physical conditions almost identical with those prevailing at the formation of the skarn rocks. On the other hand, the crystallization of the andradite from the magma has been rendered possible by the peculiar chemical composition of the magma, no matter how this has originated.

The pyroxene in the sviatonossite belongs to the aegirite-augite series of the monoclinic pyroxenes.

This mineral occurs in the form of euhedral or rounded subhedral crystals which are bounded by the prismatic faces with subordinate pinacoids. The terminal faces are ill developed or quite irregular. The crystals are some two or three times as long as they are thick and their length may reach as much as three and a half millimeters. Basal parting in very well developed. They are megascopically of a dark green colour and dull lustre. In thin sections the colour is light grass green of various intensity. The optical arrangement is $\beta = b$, $\alpha : c = 35°$ to $40°$. The axial colours are α = bluish green, β pure grass green γ yellowish green, and the absorption is $\alpha > \beta > \gamma$. The pleochroism is very faint. The birefringence is somewhat variable, from about 0.025 to 0.030. In some specimens there is a remarkable zonal structure in the pyroxene grains, the marginal parts having higher birefringence and darker colours than the central parts. This phenomenon indicates an increase of the aegirite towards the margins. The optical character is positive and the axial angle about 65°. Dispersion of the optical axes is hardly noticeable and its character can not be stated with certainty.

The pyroxene contains numerous inclusions. Most of these are what may be termed occasional, such as apatite, which in most cases is very abundant, and titanite. Both these occur in the form of euhedra of rounded minute crystals. Epidote grains which are also frequent have probably the nature of alteration-products. Most characteristic are, however, the inclusions of green hornblende in regular intergrowth with the pyroxene. Crystallographical axes b and c and the planes of symmetry are common in both minerals and the axes a are inclined to the same direction, bisectrix γ in both lying within the obtuse angle β.

The analysis of the pyroxene quoted above indicates it to be chiefly a diopside with a low amount of the sesquioxides, mixed with the aegirite. The ratio of the molecular amounts of aegirite and diopside is nearly 1 : 10. This ratio, however, must be variable. The analysis was carried out on a variety of rather pale colour and low birefringence.

Many specimens undoubtedly contain pyroxenes much richer in the aegirite compound. As will be shown on later pages there are related granitic rocks containing pyroxene in which the aegirite dominates.

It may be useful to set forth a comparison between this pyroxene and such from igneous rocks as well as from skarns. We take only a few analyses, as the relations are in this case perfectly clear and well understood. Under I is quoted the analysis of the pyroxene from the sviatonossite once more, under II that of augite from tinguaite, Two Buttes, Colo [1]), and under III the analysis of aegirite-augite from leucitophyre, Burgberg near Rieden [2]). These are all pyroxenes from igneous rocks, quoted formerly by the authors of the quantitative classification (table XII). The following are analyses of skarn-pyroxenes, namely, IV, pyroxene from Grua, Christiania Region, Norway, analyst M. Dittrich [3]) and V diopside-hedenbergite from Nordmarken, Sweden, analyst C. Doelter [4]).

	I	II	III	IV	V
SiO_2	48.36	47.54	46.47	52.11	50.91
TiO_2	0.78	3.00	0.73	—	—
Al_2O_3	4.96	4.14	4.28	0.28	0.17
Fe_2O_3	5.98	5.64	5.95	1.97	0.76
FeO	12.64	6.42	12.17	8.05	17.34
MnO	0.71	0.36	—	2.05	0.21
MgO	5.64	10.05	7.24	11.26	7.21
CaO	19.60	21.57	19.23	23.31	22.93
Na_2O	1.96	1.38	2.61	0.50	—
K_2O	0.06	0.12	0.74	0.20	—
H_2O	—	—	—	0.27	—
	100.69	100.21	99.42	100.00 [5])	99.53

[1]) Bull. 168 U. S. Geol. Surv. p. 165.

[2]) H. Rosenbusch. El. Gest. p. 278 (1901).

[3]) V. M. Goldschmidt, Die Kontaktmetamorphose im Kristianiagebiet, p. 348.

[4]) C. Doelter, »Ueber Diopside», T. M. P. M. 1878, pp. 49—70, quoted in Zeitschrif. Kryst. IV, p. 90.

[5]) Calculated to 100 percent of carbonate-free substance.

From this table it is easily seen that the pyroxene from the sviatonossite differs radically from the skarn pyroxenes being richer in Al_2O_3, Fe_2O_3 and Na_2O than any of the latter. Only the ratio $MgO : FeO$ is one very commonly met with in the skarn-pyroxenes which often have nearly equal molecular amounts of ferrous oxide and magnesium oxide. On the other hand, our pyroxene takes its natural place among the variegated kinds of the magmatic pyroxenes, just as its optical properties are such as are often met with in these minerals. (Note e. g. the close agreement of analyses I and III!).

Thus the pyroxene from the sviatonossite shares all the properties of the pyroxenes from igneous rocks of moderately alkaline character.

T i t a n i t e is the most abundant minor constituent of the sviatonossites. This mineral occurs in two generations: one in well-shaped crystals showing idiomorphic development towards all the other minerals. The crystals, however, are often broken up or rounded. Twinning is common. The colour of the mineral is pale chocolate-brown and the properties such as are normal to this mineral.

The other generation of titanite occurs as frequent inclusions in the andradite, being its alteration-product, as already set forth. These inclusions are anhedral and in other respects have the same properties as the original titanite.

A p a t i t e is also rather abundant, often in the form of large rounded prisms, chiefly distributed among the mafic minerals, pyroxene and garnet, and as inclusions in these.

M a g n e t i t e occurs chiefly as irregularly shaped inclusions in the garnet and pyroxene. Occasionally larger and idiomorphic crystals are met with in the granular feldspar mass.

E p i d o t e. In these more alkaline sviatonossites the epidote occurs chiefly in the form of inclusions in the garnet and pyroxene, but is occasionally also met with apart from these. It is often accompanied by brown strongly pleochroic o r t h i t e, forming cores around which the epidote has crystallized. The epidote minerals are in these rocks far less

abundant than in the other types of the sviatonossites that will be described later on.

H o r n b l e n d e. The occurrence of hornblende as homoaxially arranged inclusions in the pyroxene has already been mentioned. The hornblende has no independent occurrence in the sviatonossites, but in the form of inclusions it is invariably present. Its quantity is variable. In some instances large parts of the pyroxene crystals are made up of the amphibole, in others it may be present merely in traces. The hornblende has the optical arrangement of the common hornblende: $\beta = b$, $\gamma : c = 20°$ to $25°$, and a bluish green colour on γ.

This amphibole, intergrown with the pyroxene, might be supposed to be a secondary product from the alteration of the pyroxene, but I cannot find any evidence for such a hypothesis and must therefore regard both these minerals as having originated contemporaneously.

Now I have mentioned all the constituents occurring as regular ingredients in the porphyritic svaitonossite and also found in the analyzed specimen. Some others of a more occasional nature are still to be noted.

C a l c i t e was found in many sections, either in the granular feldspar mass or within the groups of the mafic minerals, closely associated with the garnet. This constituent occurs in quite fresh specimens and there are no facts to indicate it to be of secondary origin.

B i o t i t e is exceedingly rare and when occurring is quite subordinate in the sviatonossites. It forms minute flakes sparingly scattered in the feldspar mass.

The aplitic sviatonossite.

As representative of the aplitic type of sviatonossite I selected a specimen from topographical point 59 B. The analysis was executed by the present writer with the following results:

	%	Mol. prop.	Mol. %	Norm		
SiO_2	58.68	978	65.59	Quartz	1.62	Q = 1.62
Al_2O_3	17.90	175	11.74	Orthoclase	31.14	
Fe_2O_3	3.13	19		Albite	38.25	F = 82.18
FeO	1.83	25	4.43	Anorthite	12.79	
MnO	0.19	3			Σ sal 83.80	
MgO	0.57	14	0.94	Diopside . . { $CaSiO_3$	1.63 } 3.03	
CaO	6.75	120	8.05	{ $MgSiO_3$	1.40 }	P = 9.64
Na_2O	4.52	73	4.90	Wollastonite	6.61	
K_2O	5.28	56	3.76	Magnetite	4.41	
TiO_2	0.67	9	0.60	Ilmenite	1.37	M = 5.78
P_2O_5	0.19	1	—	Apatite	0.34	A = 0.34
H_2O	0.15	—	—		Σ fem 15.76	
						99.56
	99.86		100.01			

M o n z o n o s e (II, 5, 2, 3).
The Osann figures:

s	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f*	*n*	*k*
66.19	8.66	1.53	11.89	8.0	1.0	11.0	5.66	0.99

The mode was calculated using the same analyses for the andradite and pyroxene as for the former rock. The consitituents found microscopically are also the same. The result was as follows:

Potash feldspar	31.14	
Albite	37.73	$Ab_{78}An_{22}$
Anorthite	10.84	
Pyroxene	5.75	
Andradite	10.16	
Titanite	1.37	
Apatite	0.34	
Magnetite	0.70	
Quartz	1.92	
	99.95	

This »aplitic» sviatonossite is not such a well defined type as the former, and the description and chemical analysis is hardly valid for other than only that occurrence from which the analyzed specimen was taken. We shall therefore briefly describe a few different specimens as examples, beginning with the one used for the analysis.

The rock consists chiefly of a granular f e l d s p a r mass which is structurally similar to the ground-mass of the porphyritic varieties described on previous pages. There are, however, larger grains of potash feldspar also, but these are not much larger than the ground-mass individuals, and they do not contain such large amounts of plagioclase in perthitic intergrowth. The borders are richest in the plagioclase, and the intergrowth shows the same kind of structure, much resembling graphic intergrowths, as was found in the porphyritic varieties. The inner parts, however, are almost destitute of plagioclase laths.

The granular potash feldspar is in part microcline, in part orthoclase — at least it has seemingly a parallel extinction in the symmetrical zone. There are but slight traces of plagioclase in perthitic intergrowth with this potash feldspar.

The p l a g i o c l a s e is thoroughly granular and does not show any crystallographic contours, the structure being typically aplitic. In sections $\perp$ *PM* I measured the extinction angle of + 2°, corresponding to the composition Ab_{78}. Many grains have border zones showing different extinction, the angle at first diminishing and, having passed the zero, again enlarging with the opposite sign.

According to the calculated mode the plagioclase of the rock should have the mean composition of Ab_{78}.

The a n d r a d i t e occurs as irregular minute grains, often clustered together, accompanied by the pyroxene, apatite and titanite. Products of alteration are more common than in the porphyritic varieties. In other respects the garnet is perfectly similar in both rocks.

The p y r o x e n e is aegirite-augite having the same properties as in the variety described formerly. It is present

in smaller amounts, in the form of minute, scattered irregular grains. The colour is a rather intense green and the optical properties indicate no less amount of aegirite to be present than in the example of this mineral used for the mineral analysis.

The titanite and apatite do not call for any special comment beyond the description already given.

The epidote, with orthite, has chiefly the same mode of occurrence already described, but they are here more frequent, in the form of inclusions as well as in separate grains. In the calculated mode, however, they were left out of consideration, as in this specimen they are not very abundant. In many other specimens the epidote and orthite must be regarded as characteristic ordinary constituents. There are two different kinds of epidote in this rock: one occurring as dusty alteration-products or as minute anhedral inclusions in the andradite and pyroxene and another forming independent grains apart from the mafic minerals, the epidote having separated around cores of orthite. The former kind of epidote is secondary, the latter is of a primary, i. e. magmatic origin.

The orthite, forming the core of the epidote grains, is idiomorphic and euhedral. The crystals are tabular after the orthopinacoid (100) and their best developed simple forms are (100), (010), (001) and ($\bar{1}$01). Twinning on (100) was sometimes observed. The size of the grains is about one mm in longer diameter, sometimes more. The mineral is idiomorphic towards the feldspars, the pyroxene and the andradite, but xenomorphic towards the apatite and the titanite. The orthite is optically negative with a large axial angle (larger than that of the epidote). The axial plane lies at right angles to the trace of the best cleavage, or in the plane of symmetry; the angle $c : \alpha$ is 32° or 33° in the acute angle β. The pleochroism is exceedingly strong: α = pale greyish brown, β = dark chestnut brown, γ dark sepia brown. The formula of absorption is $\alpha < \beta \geq \gamma$. The birefringence ($\gamma$—$\alpha$) is approximately 0.035, or but slightly lower than in the epidote, in which it was estimated at 0.038.

There are always sharp boundaries between the orthite and the surrounding epidote, indicating the former to be decidedly of an earlier crystallization. In the epidote the angle $c : \alpha$ is but 6° in the acute angle β, i. e. inclined to the same direction as in the orthite. The negative axial angle may be estimated at about 70°. The colours are faintly discernable: α = pale greyish brown, β = nearly colourless, γ = greenish yellow. The scheme of the absorption is $\alpha > \beta < \gamma$, or opposite to that in the orthite. $\gamma - \alpha$ is about 0.038.

From the birefringence of this epidote it may be concluded to contain approximately 35 per cent of the ferric compound ($HCa_2Fe_3Si_3O_{13}$) or a little more than 15 per cent weight of Fe_2O_3.

The epidote is almost always intergrown with quartz. This is a very striking phenomenon, as quartz, in most of the specimens, was not at all to be found elsewhere in the thin sections. The character of the intergrowth is that of the myrmekite, the quartz forming vermicular channels in the epidote. Sederholm has already mentioned this intergrowth among his »synantetic» minerals [1]).

The boundaries between this myrmekite and the feldspars show that the former has originated contemporaneously with the last part of the feldspars.

The question might be asked: why has the epidote crystallized out in such rock that contains a very sodic plagioclase? The calcium aluminium silicate could very well have formed more anorthite. The cause why a hydrous silicate originated was probably that the temperature was low enough to allow it. Examples of similar nature are the occurrence of vesuvianite as a magmatic mineral in the canadite from Almunge, Sweden [2]) and the occurrence of

---

1) J. J. Sederholm, »On Synantetic Minerals and some Related Phenomena (Reactions Rims, Coronas, Myrmekite etc.)» Bull. Comm. Geol. Finl. No 48 (1916).

2) P. Quensel, »The Alkaline Rocks of Almunge», Bull. of the Geol. Instit. of Upsala. Vol. XII (1914).

epidote in the syenites from Österbotten, Finland [1]), and in the helsinkites in southern Finland [2]).

It may be inferred that the epidote would be an alteration product of the other normal constituents of the sviatonossite, as anorthite and andradite. To the present writer it seems, however, that the epidote has originated instead of them rather than from them. There is nothing to indicate that the plagioclase should have been originally more anorthitic than it is actually.

A specimen from point 60 B shows, in all essentials, the same characters as the former, but perthitic feldspar is absent and all the potash feldspar is cross-hatched microcline. The plagioclase shows, in sections $\perp$ *PM*, a parallel extinction, thus having the composition Ab_{80}. As a rule, the crystals have much more albitic marginal zones.

Another specimen from the same point is much richer in andradite and epidote than the former ones, and the plagioclase gives in sections $\perp$ *PM* extinction angles of $+ 8$ which value, together with a refringence considerably higher than that of the Canada balsam, points on a mixture of the composition Ab_{73}. When twinned finely according to the albite and pericline laws combined this plagioclase closely resembles cross-hatched microcline. No potash feldspar could be detected in the section.

From point 64 B *k* was collected a specimen composed of plagioclase (nearly Ab_{80}), cross-hatched microcline, andradite, dark bluish green hornblende having its axial plane in the plane of symmetry, quartz, epidote with orthite, titanite, apatite, magnetite and pyrite. The hornblende occurs in poikilitic intergrowth with the quartz, not unlike the epidote-quartz-myrmekite that commonly surrounds this hornblende-quartz-intergrowth. No pyroxene is present here, but it seems clear that these groups of hornblende, quartz and epidote have originated instead of the pyroxene.

---

[1]) E. Mäkinen, »Översikt av de prekambriska bildningarna i mellersta Österbotten i Finland». Bull. Comm. Geol. Finl. N:o 47 (1916).

[2]) A. Laitakari, »Einige Albitepidotgesteine aus Südfinnland, ibid. N:o 48 1918).

Some specimens of the sviatonossites show this reaction to have taken place as an alteration, in the rock already solidified. The products then form a pseudomorph after the pyroxene with preserved outlines. The inner parts of such pseudomorphs often consist of individual grains of pale green amphibole with remnants of pyroxene, while the epidote, in a dusty condition, has been concentrated along the borders. Where the alteration has happened already at the magmatic stage so that the hornblende, quartz and epidote have the character of primary constituents, there the latter have taken the form of poikilitic intergrowths as described above.

The Pyroxene-syenites.

Among the specimens collected from the lake-beach there are many with the mineral composition of the sviatonossites but which are destitute of garnet. These rocks apparently are genetically related to the garnetiferous types. They are of various composition. Among those which I have examined microscopically, the following types may be discriminated.

1) Porphyritic pyroxene-syenite containing large individuals of microperthite. They are in all respects identical with the porphyritic sviatonossite except in the absence of the andradite.

2) Pyroxene-hornblende-syenite, resembling the former, but containing hornblende as an independent constituent, not only in intergrowth with the pyroxene. It is a striking fact that independent crystals of hornblende do not occur, if andradite is present. I have formerly found that amphiboles and the lime-garnets exclude each other in the metamorphic rocks in Southwestern Finland [1]), and this fact could be well explained from the standpoint of the

[1]) P. Eskola, »Om sambandet mellan kemisk och mineralogisk sammansättning i Orijärvitraktens metamorfa bergarter», Bull. Comm. Geol. Finl. N:o 44 (1915).

phase-rule. The inconstancy of the amphiboles and the lime-garnets in contact with each other is undoubtedly of a very general nature, in the igneous as well as in metamorphic rocks. So it is here: when the andradite disappears, one may find hornblende forming individual crystals, besides the pyroxene. The hornblende has quite the same properties as that intergrown with the pyroxene. All the other minerals also are the same as in the sviatonossites, and no further description is necessary here.

3) P y r o x e n e-h o r n b l e n d e - s c a p o l i t e- s y e- n i t e. Many specimens are exceedingly similar to those of the former group, but contain scapolite. Their other constituents are phenocrysts of perthitic feldspar and granular feldspar, being chiefly potash feldspar (in some slices no plagioclase could be detected), green pyroxene of the aegirite-augite series, dark bluish green common hornblende ($\beta = b$; $c : \gamma = 25°$; $\alpha =$ light brown $< \beta =$ brownish green $\leq \beta =$ bluish green; $2\,V \leqq 60°$), titanite, apatite and epidote, the last-named being sometimes abundant enough to be called an ordinary constituent. The mineral determined as scapolite is prominent among the feldspar mass by its refringence which is higher than that of the plagioclase (Ab_{85}), and lower than that of the apatite. Its highest interference colour in a section of usual thickness (about 0.025 mm) is the violet of the 1*st* order. Hence the birefringence should be about 0.023 or 0.025. The mineral is uniaxial and negative, having two distinct cleavages at right angles to each other and parallel to axis *c*. These characters make it certain that we have here a scapolite of the wernerite series. It is rather abundant and, as a rule, associated with the coloured minerals. It is idiomorphic towards the feldspars, a fact of importance as proving the primary origin of this mineral.

The occurrence of scapolite in this syenite is interesting as an example of a carbonate-bearing mineral of magmatic origin. Other examples are cancrinite and, as we know at present, calcite. The last-named is also present as a primary mineral in many of the sviatonossites.

Scapolite has rarely been noted as an original constituent of igneous rocks. Rosenbusch and Iddings in their text-books deny the existence of primary pyrogeneous scapolite.

Lately, however, many examples have been recorded of scapolite as primary crystallization in igneous rocks. From granite-pegmatites it has been described by J. Stansfield [1]), J. Schetelig [2]) and A. Laitakari [3]). I myself have observed it frequently in the pegmatites of southern Finland.

But the scapolite also occurs in true deep-seated igneous rocks other than pegmatite. In their description of the minerals in the nephelite-syenites of the Haliburton and Bancroft areas, Adams and Barlow give an account of the scapolite [4]): »This mineral is a frequent and often abundant constituent of the nepheline-syenite, occurring in clear colourless grains, which meet the accompanying nepheline and feldspar grains with a perfectly sharp outline, and no hint of alteration or weathering.» The occurrence of the scapolite in the pyroxene-hornblende-syenite on Sviatoy Noss seems to be very like that described by Adams and Barlow and the scapolite is here certainly of primary origin, in so far as it has crystallized out from the magma in the same way as the other constituents.

That the scapolite might crystallize out from magma is only what may be expected considering the fact that the temperature and pressure conditions and the content of mineralizers in a crystallizing magma must often be identical with those prevailing under metamorphism, either normal or pneumatolytic.

A p l i t i c e p i d o t e - s y e n i t e. Thus may be called a white rock of finely granular sugar-like appearance cropping out at point 74 A and 75 A. There are quartz-bearing granitic varieties, but some specimens were found to contain

---

[1]) Am. J. Sc. 1914, 3, 7.

[2]) Norsk Geologisk Tidskrift, III, 1915.

[3]) Bull. Comm. géol. Finl. N:o 46, 1916.

[4]) Frank D. Adams and Alfred E. Barlow, op. cit. p. 242 (1910).

quartz only in the form of epidote-quartz-myrmekite [1]). The structure is aplitic, the anhedral grains having ragged outlines. The mineral constituents, named in the order of their relative abundance, are: microcline, sodic plagioclase (Ab_{86}—$_{95}$), quartz, epidote-myrmekite, calcite, aegirite-augite, titanite, apatite.

Aegirite-augite-granite.

Among the light-coloured fine-grained rocks exposed at point 74 A and 75 A and occurring copiously in the shore-drift in this region are also such containing much quartz. Being fine-grained and having colourless feldspar of the same tint as the quartz these granitic varietes were not distinguished from the rocks just described during the field-work, and were noted as syenite. As I thus overlooked the granite, its mode of occurrence also escaped attention. It seems, however, that it is connected with the syenites by gradual transition, as intermediate types are represented among the specimens collected from this tract. At all events the granite is genetically related to the syenites, as appears from its characters.

For chemical investigation was chosen a specimen collected from the shore-drift near point 74 A. It is a whitish, millimeter-grained rock mingled with dark green spots which are crystals of pyroxene. The chemical analysis, executed by the writer, gave the following result.

---

[1]) A microphotograph of the rock under consideration illustrating this intergrowth is reproduced in Sederholm's paper on the Synantetic minerals quoted above.

	%	Mol. numb.	Mol. %	Norm			
SiO_2	71.23	1187	77.94	Quartz	18.72		Q = 18.72
Al_2O_3	14.43	141	9.26	Orthoclase	35.58		F = 76.97
Fe_2O_3	1.10	7	—	Albite	41.39		
FeO	0.66	9	1.51	Σ sal	95.69		
MnO	0.03	0	—	Acmite	0.92		P = 3.26
MgO	0.26	6	0.39	Diopside $CaSiO_3$	0.70	1.30	
CaO	0.97	18	1.18	Diopside $MgSiO_3$	0.60		
Na_2O	4.90	79	5.19	Wollastonite	1.04		
K_2O	6.04	64	4.20	Hematite	0.16		M = 1.85
TiO_2	0.36	5	0.33	Magnetite	0.93		
P_2O_5	0.07	1	—	Ilmenite	0.76		
H_2O	0.11	—	—	Apatite	0.34		A = 0.34
				Σ fem	4.53		
							100.22
	100.16		100.00				

Liparose (I, 4, 1, 3).
The Osann figures:

s	*A*	*C*	*F*	*a*	*c*	*f*	*n*	*k*
78.27	9.39	(—0.13)	1.51	17.0	0.0	3.0	5.50	1.18

The process of the calculation of the mode was as follows: It was seen by a microscopic examination that the rock contains quartz, microcline, albite with a little admixed anorthite, pyroxene, titanite and apatite. All the ferric oxide was assumed to enter into the acmite molecules present in the pyroxene, and an equal molecular amount of Na_2O was allotted to it. After having set aside enough CaO to form apatite and titanite with the phosphoric pentoxide and titanic dioxide present, the amounts of the feldspars were found by allotting Al_2O_3 and SiO_2 to K_2O and the residual Na_2O. The alumina still remaining was allotted to CaO for anorthite and all the residual oxides were allotted to SiO_2

in the ratio 1 : 1 for pyroxene, and the remaining SiO_2, was reckoned as quartz. The following figures were arrived at:

Quartz		18.48	
Microcline		35.58	
Plagioclase ($Ab_{97}An_3$)	Albite	37.73	39.12
	Anorthite	1.39	
Pyroxene	$NaFeSi_2O_6$	3.23	5.83
	$FeSiO_3$	1.19	
	$MgSiO_3$	0.60	
	$CaSiO_3$	0.81	
Titanite		0.78	
Apatite		0.17	
		99.96	

According to this calculation the plagioclase should have the mean composition of $Ab_{97}An_3$. This result agrees fairly well with the microscopical examination. The refringence as compared with that of the quartz is $\omega > \gamma_1$. The extinction angle in several sections ⊥ *PM* was found to be 13° indicating about 97 percent *Ab*. This albitic plagioclase is homogeneous and has no still more sodic borders. It is very finely twinned according to the albite and pericline laws. The twinning lamellae are frequently bent or broken.

The potash feldspar is cross-hatched microcline containing but trifling amounts of fine bands of albite in perthitic intergrowth.

The quartz has a strongly undulatory extinction. The direction of the »waves» is always approximately parallel to ω [1]).

The pyroxene, according to the calculated mode, should have the composition: 14 mol. $NaFeSi_2O_6$, 9 mol. $FeSiO_3$, 6 mol. $MgSiO_3$ and 7 mol. $CaSiO_3$, or in percent of weight (I):

---

[1]) Cf. P. Eskola, »On the Petrology of the Orijärvi Region». Bull. Comm. Géol. Finl. N:o 40, p. 33, (1914).

	I.	II.	III
SiO_2	50.63	46.72	51.82
TiO_2	—	tr.	—
Al_2O_3	—	2.41	0.60
Fe_2O_3	18.91	17.29	21.02
FeO	12.46	10.57	8.14
MnO	—	1.31	1.00
MgO	4.05	2.57	1.47
CaO	6.62	13.51	3.01
Na_2O	7.33	4.88	11.87
K_2O	—	0.48	0.85
H_2O	—	—	0.50
	100.00	99.74	100.28

The errors in the analysis appear here magnified nearly twentyfold. A comparison with the analysis of the aegirite-augite from nephelite-syenite, Zwart Koppies, Transvaal [1]) (II) and that of aegirite from nephelite-syenite, Lujaur Urt, Kola [2]) (III) is sufficient to prove that pyroxenes of such a composition may possibly exist. It is evident that we have to do with a pyroxene in which the aegirite compound plays the dominant part. This is also apparent from the optical properties of this pyroxene: It is dark green in colour and its pleochroism is somewhat stronger than in any of the pyroxenes in the garnet-bearing syenites. The colours are : α = pure green, β = grass green, γ = brownish green. There is a marked zonal development, the intensity of the colour increasing from the centre towards the margins and the angle $c:\alpha$ decreasing at the same time from about 43° to 20°. The birefringence is also different: a grain being orange of the first order has marginal zones showing yellow of the second order.

The only accessories of this rock are t i t a n i t e in euhedral crystals scattered throughout the mass, and a p a-t i t e forming rounded prisms.

---

[1]) H. Rosenbusch, »Elemente der Gesteinslehre, p. 122.
[2]) W. Ramsay, Fennia, III, N:o 7, p. 41, 1889.

Pegmatites in the sviatonossite series.

The syenitic rocks with and without andradite are frequently cut by dikes of pegmatite. Most of these consist of an ordinary granite-pegmatite containing red potash feldspar and bluish quartz, while others are poor in quartz and have plagioclase as the principal constituent. These dikes also contain many large crystals of colourless diopside (baikalite) and large well-formed crystals of titanite. They do not in any respect differ from such dikes so commonly found in the limestones and migmatitic terranes rich in limestone in the widespred area of crystalline rocks all around Lake Baikal. They often contain graphite.

Chemical Characters and Systematic Position of the Sviatonossite series.

The aegirite-augite-granite. We may begin the discussion of the general chemical characters of rocks of the sviatonossite series with the aegirite-augite-granite. This rock has the most decided alkaline character of the rocks from Sviatoy Noss hitherto investigated. Mineralogically it appears in the presence of highly albitic plagioclase and a pyroxene rich in aegirite. From the chemical analysis the same appears on calculation of the norm. The amount of alumina being insufficient to form feldspar with all the CaO and Na_2O, no normative anorthite is present and acmite must be introduced.

Similar alkaline granites have been recorded from different parts of the world. A few analyses may be quoted for comparison.

I. Aegirite-augite-granite. Sviatoy Noss.

II. Quartz.-lindöite, Frön, Christiania, analyst V. Schmelck. W. C. Brögger, »Die Eruptivgesteine des Kristianiagebietes, I», p. 139 (1894).

III. Soda-granite, Iviangusat, Kangerdluarsuk, S. Greenland, analyst C. Detlefsen. N. V. Ussing, »Geology of the

Country around Julianehaab, Greenland», Meddelelser om Grønland, Vol. XXXVIII, p. 114 (1911).

IV. Aegirite-riebeckite-granite, Lower Congo, Africa, A. Holmes. Geol. Mag., June 1915, p. 271.

V. Aegirite-riebeckite-gneiss, Carn Chuinneag, Rosshire, W. Pollard, Mem. Geol. Surv. Scotl., Sheet 93, p. 92, 1912.

VI. Aegirite-granite, Miask, Ural, H. S. Washington, »Igneous Rocks from Eastern Siberia», Am. J. Sci., XIII, p. 180 (1902).

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
SiO_2	71.23	69.00	71.24	74.66	73.80	69.91
Al_2O_3	14.43	13.95	13.78	8.85	11.90	13.76
Fe_2O_3	1.10	1.56	1.30	3.26	1.90	2.17
FeO	0.66	2.38	2.83	3.54	1.91	1.23
MnO	0.03	0.55	0.15	tr.	0.12	tr.
MgO	0.26	0.14	tr.	0.09	0.33	0.46
CaO	0.97	0.49	0.38	0.53	0.30	1.39
Na_2O	4.90	5.67	5.32	3.68	5.05	4.45
K_2O	6.04	5.11	5.10	4.46	4.93	6.33
TiO_2	0.36	0.35	0.68	0.32	0.23	0.16
P_2O_5	0.07	—	—	—	—	0.11
H_2O	0.11	0.70	—	0.75	0.17	0.12
ZrO_2	—	—	—	0.51	0.04	—
	100.16	99.95	100.78	100.65	100.72 [1]	100.09

All these examples quoted are chemically similar to the aegirite-augite-granite from Sviatoy Noss. The quartz-lindöite from Frön contains merely arfvedsonitic hornblende as a mafic mineral. In the soda-granite from Iviangusat there is catophorite-like hornblende and aegirite-augite. IV and V contain aegirite and riebeckite. In the aegirite-granite from Miask the mafic mineral is pyroxene with dominant aegirite-molecules, the rock being thus mineralogically almost identical with the rock under consideration. All analyses quoted agree in showing a deficiency in alumina.

[1] Incl. 0.04 % Ce_2O_3.

All the rocks mentioned for comparison are geologically associated with other alkaline rocks, mostly with nephelite-syenites. The soda-granite from Iviangusat is very interesting in its genetic relations as explained by Ussing [1]): The rock occurs as an endomorphic aureole around augite-syenite towards sandstone and has originated by a process of resorption, the augite-syenite magma having dissolved the marginal parts of the quartzose sedimentary mass.

The sviatonossites. The analyses of the sviatonossites carried out are quoted in the following table along side with some analyses of such rocks whose composition shows closest resemblance to the sviatonossite. We shall at first consider the monzonites and some calcialkalic syenites, of which the akerite may serve as an example. Thereafter we shall pay attention to the malignite and some varieties of the borolanites and finally to some leucite-bearing volcanic rocks, as leucite-tephrites and leucitites, which will be found to have remarkable analogies with the rocks in question.

I. Sviatonossite, from the shore-drift on the western coast of Sviatoy Noss. Analyst P. Eskola.

II. Sviatonossite, point 59 B, Sviatoy Noss. Analyst P. Eskola.

III. Monzonite, Monzoni. Analyst V. Schmelck. W. C. Brögger, »Die Eruptivgesteine des Kristianiagebietes» II, p. 24 (1895).

IV. Pyroxene-syenite (= monzonite), Gröba, Saxony. Analyst Wolfrum. G. Klemm, Erläuterungen zur geol. Specialkarte des Königsr. Sachsen, Section Riesa-Strehla, Blatt. 16, p. 23 (1889).

V. Akerite, Foss in the Lougen valley, Christiania Region. Analyst V. Schmelck. W. C. Brögger, »Die Eruptivgesteine des Kristianiagebietes» II, p. 33 (1895).

VI. Garnet-pyroxene-malignite, Poohbah Lake, District of Rainy River, Ontario. Analyst W. C. Blasdale. A. C. Lawson, »On Malignite», University of California, Bull. Dep. Geol. Vol. I. p. 356 (1896).

---

[1]) Op. cit. p. 116.

VII. Melanite-syenite, North end of Cnoc-na-Sroine, Scotland. Analyst A. Gemmell, »Chemical Analyses of Borolanite and related Rocks», Transact. Edinburgh Geol. Soc. IX, p. 418 (1910).

VIII. Assyntite, ½ mile east of Ledbeg, near Cnoc-na-Sroine, Scotland, A. Gemmell. loc. cit. p. 418.

IX. Ledmorite, Ledmore River, near Cnoc-na-Sroine, Scotland. Analyst A. Gemmell, ibid. p. 419.

X. Borolanite, Am Meallan, near Cnoc-na-Sroine, Scotland. Analyst W. Campbell Smith, »On the Composition of Borolanite», Geol. Mag. vol. VI (1909).

XI. Leucite-tephrite, Toscanella, Lake Bolsena, Italy. Analyst H. S. Washington, Roman Comagmatic Region. Carn. Inst. Publ. 57, 1906.

The characteristic features of each of these rocks are fairly apparent from the calculated n o r m s and these are therefore quoted in another table.

The feature which no doubt first attracts attention in the sviatonossites is their high percentages of lime as well as of alkalies. In this respect they are like the monzonites (analyses III and IV), though the alkali oxides in the latter hardly ever attain as high percentages as in the rocks in question. A difference apparent at first sight from the percentage figures is the higher quantity of *MgO* and *FeO* in the monzonites. The percentages of *CaO* are approximately equal in both rocks, and the percentages of alumina also do not show any general difference. The somewhat lower quantity of the alkalies present in the monzonites makes, however, a large part of lime enter into the plagioclase and consequently the percentage of the anorthite is higher. The amount of *(Fe, Mg)O* being also higher there appears hypersthene or olivine in the norm besides much diopside. In the sviatonossites, on the other hand, lime is in excess over magnesia and ferrous oxides as well as over alumina: therefore the norm shows little anorthite and no hypersthene or olivine, but instead of these much wollastonite — a normative mineral which only rarely enters into the norms of gineous rocks.

	Sviatonossites		Monzonites		Akerite	Malignite	Borolanites				Leucite-tephrite
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
SiO_2	58.55	58.68	54.20	51.70	58.00	51.88	62.96	52.85	45.06	48.19	51.21
Al_2O_3	15.62	17 90	15.73	19.83	16.91	14.13	21.26	16.55	20.95	18.52	18.28
Fe_2O_3	3.02	3.13	3.67	6.17	3.29	6.45	2.48	4.12	6.23	4.51	3.07
FeO	2.57	1.83	5.40	3.38	3.74	0.94	0.46	2.22	2.84	1.68	4.19
MnO	0.17	0.19	0.70	0.48	0.80	—	—	—	—	—	tr.
MgO	1.14	0.57	3.40	4.27	1.96	3.44	0 19	3.01	3.31	1.12	3.47
CaO	7.34	6.75	8.50	7.49	3.60	10.81	2.81	6.20	8.32	10.29	7.86
Na_2O	5.11	4.52	3.07	4.64	5.14	6.72	5.47	4.27	3 51	3.44	2.49
K_2O	4.16	5.28	4.42	2.59	5.20	4.57	3.49	4.25	4.09	8.05	6.60
TiO_2	0.92	0.67	0.40	—	0.85	0.33	0.33	2.30	1.25	1.75	1.43
P_2O_5	0.49	0.19	0.50	0.71	—	0.96	—	1.07	0.66	—	0.35
CO_2	—	—	—	—	0.60	—	—	—	—	—	—
H_2O	0.26	0.15	0.50	0.27	—	0.18	1.10	1.77	4.28	3.45	0.72
—	—	—	—	—	—	—	—	Cl 0.77	—	—	BaO 0.10
—	99.35	99.86	100.50	101.54	100.09	100.41	100.55	99.38	100.50	101.00	99.77

The Norms.

	Sviatonossites		Monzonites		Akerite	Malignite	Borolanites				Leucite-tephrite
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
Quartz	1.9	1.6	—	—	—	—	11.3	2.3	—	—	—
Orthoclase . .	25.0	31.1	26.1	15.6	30.6	27.2	20.6	25.6	24.5	22.2	38.9
Albite	43.0	38.3	26.2	33.5	43.0	7.9	46.6	30.4	11.0	—	9.2
Anorthite . . .	7.2	12.8	15.8	25.6	7.8	—	13.9	16.4	29.5	9.4	19.2
Nephelite . . .	—	—	—	2.8	0.3	21.3	—	—	9.9	15.6	6.4
Leucite	—	—	—	—	—	—	—	—	—	22.7	—
Halite	—	—	—	—	—	—	—	1.3	—	—	—
Corundum . .	—	—	—	—	—	—	3.4	—	—	—	—
Acmite	—	—	—	—	—	8.3	—	—	—	—	—
Wollastonite .	6.5	6.6	—	—	—	10.0	—	—	—	14.1	—
Diopside . . .	8.3	3.0	18.4	6.1	8.2	18.5	—	5.4	5.4	5.1	13.6
Hypersthene .	—	—	3.3	—	—	—	0.4	5.0	—	—	—
Olivine	—	—	2.8	7.0	2.7	—	—	—	4.1	—	3.6
Magnetite . .	4.4	4.4	5.3	9.0	4.9	2.1	0.7	0.5	5.3	0.5	4.4
Hematite . . .	—	—	—	—	—	2.2	2.1	3.8	2.6	4.2	—
Ilmenite . . .	1.7	1.4	0.8	—	1.7	0.6	0.6	4.4	2.4	3.3	2.7
Apatite	1.3	0.3	1.3	1.7	—	2.2	—	2.7	1.7	—	1.1

Considering the actual, or modal, composition, the above-named distinctive characters in the chemical composition show themselves in the following mineralogical features: In the monzonites the plagioclase contains considerable amounts of anorthite, and the mafic minerals are diopsidic pyroxene, hornblende and sometimes biotite and olivine; in the sviatonossites the plagioclase is highly sodic and the mafic minerals are pyroxene and andradite, the latter mineral corresponding to the normative wollastonite and hematite (in the norm appearing as magnetite), according to the following equation:

$$3\,CaSiO_3 + Fe_2O_3 = Ca_3Fe_2Si_3O_{12}.$$

As the actual garnet also contains considerable amounts of alumina which enters into the grossularite-molecule, $Ca_3Al_2Si_3O_{12}$, this alumina being reckoned as forming anorthite in the norm, the modal anorthite is still less in quantity than the normative, and the plagioclase is in fact often nearly albitic. Thus the rock assumes a somewhat alkaline character, and some small amounts of aegirite molecules are formed entering the pyroxene.

From the foregoing statements it is apparent that the rocks in consideration cannot be classed with the monzonites, if this group shall have the limits once defined by Brögger.

If the sviatonossites are compared with true syenites of the calcialkalic branch, the resemblance is found to be closer as regards the percentages of $(Mg, Fe)O$ and of alkalies, but in these rocks there is no such excessive amount of lime that could form andradite. In most cases the ferrous and magnesium oxides are in excess over the femic lime, and hornblende is usually present as a mafic mineral. More rarely the ferromagnesium oxides are nearly equal to the femic lime and then we have pyroxene-syenites containing diopsidic pyroxene. Such is the akerite from the Christiania Region (analysis V). As the pyroxene also contains some alumina, in the norm calculated as being present in the anorthite, the actual plagioclase in the akerite is highly sodic. The mineral and chemical composition of the akerite were accordingly very similar to that of the sviatonossite

if the latter were free from the andradite. This is in fact the composition of the pyroxene-syenites destitute of andradite, found on Sviatoy Noss. This rock could very well be called akerite.

Very close analogies to the sviatonossites may be found among the malignites. Thus was designated by Lawson [1]) a series of rocks intrusive in the Coutchiching schists around Poohbah Lake in the District of Rainy River in the Province of Ontario, Canada. Lawson discriminates three different kinds of the malignite forming parts of one and the same intrusive mass, viz. nephelite-pyroxene, malignite, garnet-pyroxene-malignite and amphibole-malignite. It will be useful, for the sake of comparison between the malignites and the sviatonossites, to quote the analyses of all kinds of malignite. I represents the nephelite-pyroxene-malignite, analyst F. L. Ransome; II is the garnet-pyroxene-malignite, analyst W. C. Blasdale; and III the amphibole-malignite, analyst J. W. Sharwood. IV is a nephelite-malignite from Kruger Mountain, analyst M. Dittrich (R. A. Daly, Canada G. S. Mem. 38, 1912, p. 450).

	I.	II.	III.		IV.
SiO_2	47.85	51.88	51.38		50.49
Al_2O_3	13.24	14.13	15.88		15.83
Fe_2O_3	2.74	6.45	1.48		6.11
FeO	2.65	0.94	4.37		3.04
				MnO	0.11
MgO	5.68	3.44	4.43		3.38
CaO	14.36	10.81	8.62		7.99
Na_2O	3.72	6.72	7.75		3.12
K_2O	5.25	4.57	4.20		6.86
TiO_2	—	0.33	0.12		0.92
P_2O_5	2.42	0.96	0.98		0.42
H_2O	2.74	0.18	0.42		1.49
	100.65	100.41	99.45		99.83

Incl. 0.07% CO_2.

[1]) Andrew C. Lawson, »On Malignite, a Family of basic plutonic orthoclase rocks rich in Alkalies and Lime», University of California, Bull. Dep. Geol. Vol. 1, p. 337—362 (1896).

The three types of malignite from Poohbah Lake are rather different in their mineral composition as appears from their names, orthoclase being the chief felsic constituent in all the types. Chemically, however, the same characters are well marked in all: they are rich in lime as well as in alkalies. In I and III ferrous oxide and magnesia are present in a quantity just sufficient to form diopside with the femic lime — and almost all the lime is femic in the malignites. In the garnet-pyroxene-malignite which has the closest resemblance to the sviatonossites the femic lime in proportion to $(Fe, Mg)O$ is in large excess over the diopside ratio and much normative wollastonite is found, actually entering into the andradite. Thereby the percentage of soda is high enough to exceed the molecular quantity of alumina remaining when the potash present has been exhausted to form orthoclase, and acmite must be introduced in the norm. This normative composition agrees fairly well with the qualitative modal composition of this rock according to Lawson. We may briefly quote the most essential characteristics of the garnet-pyroxene-malignite: The constituent minerals are: orthoclase with which nearly pure albite occurs in microperthitic intergrowth, forming huge, thick plates embedded in a dark green, moderately fine-grained holocrystalline matrix. The latter is a »hypidiomorphic granular aggregate of aegirite-augite, melanite, biotite, titanite and apatite, stated in the order of their abundance, together with a subordinate proportion of microperthite and albite». One cannot fail from these characters to find this malignite to be mineralogically nearly identical with some of the sviatonossites. Certainly the minerals are the same in both except that biotite has been observed in the sviatonossites merely in traces. The garnet is said to be free from inclusions. As the titanite, in euhedral crystals, is stated to be abundant and the percentage of TiO_2 in the rock is only 0.33, the garnet, being reddish brown to yellowish in colour, must be very poor in titanium, sharing this property with the garnet from the sviatonossite as well as with the skarn-andradites. Some difference between the malignite and the sviatonossite may be found in the

characters of the pyroxene and feldspar. In the former rock the pyroxene has colours which from a description only cannot be said to differ from those of our pyroxene, but the extinction angle $c : \alpha$ is 31°, the smallest value that I have observed here being 35°. This fact indicates a slightly higher percentage of aegirite in the pyroxene of the malignite and the same conclusion may be drawn from the analysis which gives normative acmite, though the pyroxene no doubt contains some alumina, which fact causes the norm to show less acmite than is actually present in the aegirite-augite. Another difference between the two rocks may be found in the feldspar. The plagioclase in microperthitic intergrowth with the orthoclase in the malignite is almost pure albite, showing on *P* (001) extinction angles of 16° to 18°. In the sviatonossites the perthitic plagioclase contains appreciable amounts of anorthite, usually about 15 %. Both these characters, shared also by the two other kinds mentioned above, prove the malignites to be more decidedly alkaline rocks. Such is also the case with the malignites from the Kruger alkaline body, according to Daly associated with nephelite-syenites. The sviatonossites, on the other hand, are intermediate between the two principal branches of igneous rocks. It was chiefly for this reason that I have not classed the andradite-bearing rocks from Sviatoy Noss with the malignites, in spite of the very close analogies. The fact that some of the malignites contain nephelite, a mineral which has not been observed in any of the Sviatoy Noss rocks, seems here to be of less importance, the formation of nephelite being simply a consequence of a deficiency of silica, which in the course of the differentiation process might have very well been arrived at in a rock like the sviatonossite.

The intrusive mass of the malignites on Poohbah Lake »has a roughly elliptical shape in ground plan, with a longer diameter of not less than six miles, and a shorter diameter of about three miles». The nephelite-bearing variety, being the most femic one, occupies several isolated areas in the inner part of the mass, while the whole southern and larger part of the mass is made up of the garnet-malignite and the

northern part of the amphibole-malignite. All around are schistose rocks of the Coutchiching series. The mode of occurrence is not unlike that of the sviatonossite, though little can be said about the latter, the observations being scanty.

Turning to the following group of rocks to be compared with the sviatonossites, viz. the borolanites of Cnoc-na-Sroine near Loch Borolan in Scotland, we must begin with a statement about their mode of occurrence [1]). This is very characteristically laccolithic, the borolanites forming part of a larger mass measuring »4 miles by 2.5 miles in outcrop, with a probable original thickness of about 0.25 mile». The upper part is made up of quartz-syenites passing downwards through a quartz-free syenite into the garnet-bearing varieties. Among these are many different types, signified with several names. The chief types are b o r o l a n i t e (analysis X) and l e d m o r i t e (analysis IX). The former is defined by Horne and Teall as follows: »The typical rock is a crystalline granular aggregate of orthoclase and melanite. Biotite, pyroxene, alteration products after nephelite and sodalite, sphene and apatite occur as subordinate and variable constituents». Ledmorite is defined as a variety or sub-group of the borolanite containing aegirite-augite in addition to (and replacing) melanite. This is often associated with pegmatitic modifications. Varieties containing less than about 10 percent by volume of melanite have been termed m e l a n i t e-s y e n i t e (analysis VII). A s s y n t i t e (analysis VIII) is a dike-rock consisting of aegirite-augite, orthoclase and feldspathoids.

Mineralogical analogy between the borolanite series and the sviatonossites is very close. The potash feldspar in the borolanite rocks is orthoclase-microperthite and the plagioclase when present has been determined by Shand as oligo-

---

[1]) The Borolan laccolith has first been described by J. Horne and J. J. Teall, »On Borolanite», Transact. of the Royal Soc. of Edinburgh, Vol. XXXVII, 1892. The last and most complete report is: S. J. Shand, »On Borolanite and its Associates in Assynt», Transact. Edinburgh Geol. Soc. Vol. IX (1910).

clase. The pyroxene, when fresh enough to allow of optical study, is pale green aegirite-augite showing faint pleochroism and the angle $c : \alpha = 37°$. All these minerals seem to be nearly identical with those in the sviatonossite. The garnet, however, is richer in titanium (see analysis III p. 55). Another difference is the general occurrence of biotite in the borolanites, probably owing to the deficiency of silica which also appears in the presence of lenads. Nephelite and its alteration products are regular constituents in most types, and some of them have white spots which have been interpreted as pseudomorphs after leucite.

The chemical nature of the borolanite-rocks is largely masked by a thorough alteration of most of their minerals, probably under the »postvolcanic» period of the laccolith. As products of decomposition appear micaceous minerals and »chlorite» and especially zeolite-minerals. Nephelite in most cases is said to be entirely replaced by »pinitic mica». It is therefore natural that the analyses do not give any true idea of the composition of the rocks. They have almost certainly been enriched in alumina; the corundum appearing in the norm of analysis VII is due to such an alteration, and so is the large amount of normative anorthite in all of them. Analysis X giving normative leucite is suggestive of the probable original content of that mineral, though the decomposition may also very well have caused an enrichment in the potash, as must be the case when nephelite is converted into mica. The normative wollastonite is contained in the melanite which is abundant and greatly unaltered in the borolanite. On the whole, it may be concluded from the primary mineral composition of the borolanites that their chemical composition would be much more like that of the sviatonossite if they were not decomposed, and among the types having excessive silica one could probably find chemically identical specimens of both rocks.

The leucite-tephrite and some other leucite-bearing rocks are also characterized by simultaneous high percentages of lime and alkalies, and their bulk composition may often be very like that of some malignite or borolanite.

H. S. Washington has repeatedly pointed out this remarkable example of the fact that chemically similar magmas may give rise to quite different sets of minerals. When discussing the genesis of these lime- and alkali-rich magmas the volcanic leucite-bearing rocks may very well be taken as examples. The norm of the leucite-tephrite quoted — and more examples could be given — shows no wollastonite, and therefore one could expect that this rock, if consolidated under abyssal conditions, would contain diopside but no andradite. This would certainly be the case, if most of the potash content could crystallize as leucite. This mineral, however, does not seem to be constant under the conditions in which large batholitic masses consolidate and in its place there is formed biotite which takes a part of the $(Fe, Mg)O$ thus giving rise to excess femic lime. Consequently calcium-ferri-garnet could very well crystallize out from such a magma. In borolanites and malignites we have actual examples of the association of biotite and andradite.

As noted above, there are varieties among the Canadian nephelite-syenites and syenites containing andradite [1]). There may be, among such varieties, some which are in composition very similar to the Sviatoy Noss rocks, but none of them has been analyzed hitherto. Detailed petrographic studies of them will be of much interest for the problem of the genesis of alkaline magmas.

No other examples of andradite-bearing alkalifeldspar rocks are known to the writer. As to the occurrence of lime-ferri-garnet in igneous rocks in general, I shall leave the alkaline rocks containing titanium-bearing garnet, such as ijolite, alnöite and a few others, out of consideration, noting that such rocks must at any rate be genetically related to the sviatonossites, borolanites and malignites. In other rocks andradite is of rare occurrence. One of the few examples known is the k e d a b e k i t e from Yelisavetpol in Caucasia, described by E. S. Fedoroff [2]). This andradite-bearing

---

[1]) F. D. Adams and A. E. Barlow, op. cit.

[2]) Е. С. Федоровъ, »Кедавекитъ и Віолаитъ», Извѣстія Московскаго Сельскохозайственнаго Института, VII, p. 43 (1901).

anorthite is already chemically closely related to the skarn-rocks. The same may be said about cromaltite, a melanite-aegirite-augite-rock occurring near the Borolan laccolith. These rocks richest in lime of all igneous rocks known, will be mentioned in the discussion of the genesis of the Sviatoy Noss rocks.

The rocks of the Borolan laccolith, being probably more similar to the sviatonossites than any other rocks known, are variable in mineral and chemical composition and several specific names have already seen applied to signify them. Closely related as many of them are with the Sviatoy Noss rocks there is none among them whose name could be applied to the latter. Borolanite is defined as an orthoclase-melanite rock, while ledmorite contains the same minerals and also aegirite-augite. Both mineral combinations may be found on Sviatoy Noss, but they are not sharply defined separate types, deserving special names. The names of the Scotch rocks seem also therefore less adapted to general use for other occurrences, as these rocks show such peculiar alteration which is certainly a distinctive character of them.

It seems therefore best to apply a new local name for the rocks studied; we have already used the word sviatonossite. It is not hoped that this name will attain any general use for other occurrences, but it may be pointed out that the sviatonossite can not be included in any of the main classes, more than the borolanites or the malignites. If it should be called andradite-syenite, this name would mean a rock that is not a syenite, but which has the constituents of a syenite and, moreover, andradite, whose presence gives it a radically different character.

The contact-phenomena.

Some phenomena observed at the boundaries of the sviatonossite mass being of particular importance for the explanation of the origin of this rock, I have reserved the

description of the contacts and enclosed fragments to a late chapter before entering into the discussion of the genesis.

Fragments of alien rocks are common in the sviatonossite. These fragments are of various kinds. At points 59 B—62 B were observed such of amphibolite, evidently derived from the surrounding amphibolite masses. At point 61 B, where the sviatonossite presents an aplitic development, such amphibolite-fragments are surrounded by assimilation-zones containing much long-prismatic hornblende. That rock at point 62 B bounding the intrusive sviatonossite mass is a mylonitic gneiss, green-coloured from chloritic minerals.

More interesting are the phenomena at point 64 B *k*. The summit of the mountain ridge (point 64 B *h*) consists of light granite, somewhat richer in biotite than what is usual in the aplitic dikes. This rock also contains many amphibolite fragments. So far as could be concluded from the discontinuous exposures between the summit and point 64 B *k*, the granite passes gradually into the aplitic sviatonossite. In this rock are enclosed numerous fragments of andradite-skarn. Similar fragments, found here and there in the granites on Sviatoy Noss, occur here on a larger scale than elsewhere and seem to be characteristic of the sviatonossite, having also been found at point 51 A.

The typical aspect of such a fragment is illustrated by fig. 8. The skarn-rock in itself is nonhomogeneous, containing portions of crystalline limestone, in which are embedded frequent crystals of diopside-hedenbergite. The andradite-skarn forms something like

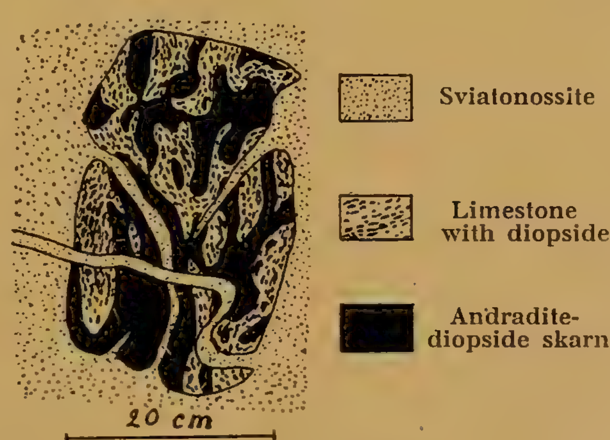


Fig. 8. A fragment of skarn in sviatonossite. Sviatoy Noss.

distorted veins, as though it had eaten itself into the limestone, of which only remnants have been preserved. Some fragments contain more limestone and some were ob-

served in which smaller irregular portions of andradite-skarn are scattered in the coarsely crystalline limestone. The fragments may attain a size of several meters in diameter. As crystalline limestone occurs in the surrounding country, there is not the least doubt of the fragments being derived from the limestone.

At point 64 B *m* the aplitic sviatonossite is bounded by the migmatitic rocks of Sviatoy Noss. There are amphibolites, augen-gneisses, aplitic and pegmatitic granites. Here and there are seen lenticular masses of coarsely crystalline limestone which forms sharp peaks in the slope.

At point 48 A was observed mylonitic graphite-bearing limestone and the same is exposed on the western wall of the ravine, point 49 A. Apparently this limestone mass is here immediately invaded by the sviatonossite. The actual contact line could not be seen, being covered by drift. Fragments of limestone and andradite-skarn in the sviatonossite are here abundant. At places the homogeneous sviatonossite contains aggregations, the largest measuring a few decimeters in diameter, consisting chiefly of andradite with a little epidote, pyroxene, calcite and feldspar. Sometimes these inclusions have sharp boundaries towards the andradite-syenite, but more often the transition is gradual. The country-rock is here a variety rather poor in andradite, and this mineral occurs in the form of small anhedral globules. In the inclusions the andradite is also lacking crystalline forms[1]). There may be found all degrees of transition from fragments of limestone through such in which the limestone has been transformed into andradite-skarn to ill-defined spots somewhat enriched in andradite. This fact already makes evident that the latter represent more or less perfectly assimilated fragments of andradite-skarn.

Those inclusions still consisting of andradite-skarn with remains of limestone, like the one shown in fig. 8, are remarkably rounded. They have obviously been in part resorbed

---

[1]) From other occurrences in the granite area were collected specimens of skarn-fragments showing in part euhedral development of the garnet towards the granite.

by the magma in which they have sunk, and this resorption has worked similarly on the andradite and limestone, a fact proving the partial assimilation to have taken place posterior to the formation of the skarn from limestone. This is a fact of interest for the discussion of the genesis of the andradite-syenites.

The most important contact-phenomena between the sviatonossite and its country-rocks may be summarized as follows: The sviatonossite is intrusive in the schistose rocks of Sviatoy Noss and is geologically connected with the granites injected in these. In it are enclosed fragments detached from the country-rock, the latter consisting, on the southeastern side, of a migmatite of granite and amphibolite. Only fragments of amphibolite have been observed, but no such of granite. On the northwestern side of the sviatonossite-mass limestone occurs, at several places, in immediate contact with the sviatonossite. In this rock-mass are enclosed fragments of limestone and andradite skarn, some being only rounded by assimilation, while others have been more or less perfectly assimilated by the magma.

As to the other occurrences of sviatonossites near Markova, nothing is known about their contact-phenomena. It is only certain that syenitic varieties here also grade into granitic ones and that limestone, as small lenticular masses, is distributed everywhere in this part of the peninsula.

The Origin of the Sviatonossites.

After the description of the phenomena observed at the contacts and in the enclosed fragments in the andradite-syenite, no words are needed to convince the reader that the rock owes its content of andradite to assimilation of limestone or its derivatives. Two different suppositions may be inferred: either the magma has dissolved limestone, and the andradite has crystallized out at the cooling, the carbon dioxide emanating at the same time, or the magma has first formed andradite-skarn at the walls towards the invaded limestone and in the enclosed fragments, and afterwards, having been

still superheated, resorbed its own metasomatic contact products.

The rounded fragments of andradite-skarn, so common in certain parts of the sviatonossite mass, are in favour of the latter hypothesis, as they clearly prove that assimilation has worked on the skarn, not on the limestone. Such an assimilation has not been restricted to some particular cases but has taken place on a large scale.

We may therefore regard the resorption of the andradite-skarn as an objective fact and go further to see, how this process may be understood and what rôle it may have played in the genesis of the sviatonossite.

To understand the mechanics of the skarn-formation, so far as possible, we must again appeal to field-observation. The following seems to be a fact of importance: Aplitic and porphyritic granite, in large masses as well as in narrow dikes, was repeatedly found in immediate contact with the limestone, but nowhere were any traces of andradite-skarn to be found at such contacts. Contact-walls of lime-silicates, such as diopside, amphiboles or scapolite, were only rarely observed. In the most common case the limestone meets the intrusive rock along smooth surfaces, like those of fissures in solid rocks, without any contact-formations. It is in the enclosed fragments only that skarn is met with, and in these indeed the metasomatosis has been such a regular case that I did not happen to find any inclusion of limestone in the intrusive rock that had not, at least in some degree, altered into andradite-skarn.

The absence of contact-minerals at the actual contacts must not be interpreted as a consequence of a too rapid cooling at the contacts. On the contrary, there are no signs of chilled zones in the granite masses: the structure of the aplitic granites remains the same up to the contact-surface. The older schistose rocks have been intimately and thoroughly injected by the intrusives. This process must have continued during very long periods, and it is therefore comprehensible, that the invaded rock had assumed nearly the same temperature as the intruding masses. This temperature

was lower than was required, under the prevailing pressure, to allow the reaction between silica and calcium carbonate under liberation of carbon dioxide to take place.

In the inclusions, on the other hand, the conditions for metasomatic replacement were more favorable, probably because the temperature in the inner parts of the magma masses, to which the inclusions sank, was higher. As another possible assumption it may, however, be inferred that the formation of skarn might have taken place at the contacts at some earlier stages and the skarn-blocks afterwards sank down in the magma. I am not able to decide which of these two hypotheses is more plausible, and it is also of minor interest. The cardinal point here is that the subsequent process of assimilation of the skarn presents itself as a consequence of magmatic stoping.

When the metasomatic alteration of limestone to skarn had proceeded to a certain extent, the rock had become much heavier than originally, the specific gravity of limestone, when altered into andradite, increasing from 2.7 to 3.8. The blocks therefore began to sink (or continued to sink) down in the magma. By the increasing heat they were now more or less resorbed depending upon the amount of superheat disposable. Those blocks sinking down to deeper levels were assimilated completely. Currents resulting from the upward intrusion and movements of the earth-crust, aided by diffusion, restored the homogeneity of the magma.

Doubtless as it is, that assimilation has mainly taken place in the andradite-skarn, no less certainly the calcite also has been assimilated, as it is present in a great abundance in the skarn blocks.

The assumption of a large scale production of skarn postulates very considerable changes in the composition of the magma as a consequence of the deprivation of ferric oxide and silica needed to form andradite-skarn. As we have seen above, the sviatonossite is geologically connected with the surrounding granites, and it lies close at hand to assume only the granite magma to have been the parent magma of the sviatonossite. This deduction from the field

data agrees fairly well with the skarn theory. It is only by combination of these two assumptions that we can wholly understand the genesis of the rock under discussion, and this rock becomes therefore of general petrogenetic interest. We have here a concrete case, illustrating Daly's principle of the origin of alkaline rocks by mutual action of magma and limestone [1]). The granitic magma has lost its excessive silica and the greater part of its iron oxides, both transferred into the limestone to form andradite-skarn. The mechanics of this process are still somewhat ill understood. Goldschmidt's theory of ferric fluoride or ferric chloride as the primary emanation from the magma cannot be proved when no halogen compounds are to be found. In every case, the transfer of substance is a matter of fact. In the resulting skarn we find trivalent iron, whilst in igneous rocks that have not assimilated pneumatolytic contact-products the ferrous iron dominates. We do not know which stage is the original one; if the magma is charged with ferric halogenides, a reduction to the ferrous stage would be the regular event at the consolidation of rock-magmas.

Whatever may be the method of the metasomatosis, its result was to change the original granitic magma to syenite-aplitic. If nothing was added to this magma by further assimilation, it should have developed chiefly feldspars when consolidated. Such syenite-aplites, in part with a little andradite, are in fact found forming a large part of the south-eastern half of the sviatonossite mass, passing by gradual transition into aplitic granites on the one side and to ordinary sviatonossite on the other side. This is only what is to be expected on the hypothesis that skarn was first formed in the shattered blocks of limestone and later assimilated when sunk to deeper levels.

There the assimilated andradite-substance crystallized once more as andradite, being one of the earliest constituents to separate.

As the skarn-andradite contains as much as 9 percent

---

[1]) R. A. Daly, Bull. Geol. Soc. America, Vol. 21, pp. 87—118 (1910), and »Igneous Rocks and their Origin, pp. 410—445 (New-York 1914).

alumina which is absent in unaltered limestone, this compound must clearly have been derived from the magma, too. On the second crystallization from the magma the andradite assumes the same composition, and still some alumina enters into the pyroxene now being formed. Therefore the alumina is now insufficient to form feldspars with all the alkalies present, and part of the soda goes to form aegirite with the ferric oxides richly present in the magma. Thus the magma is on the way to become an alkaline rock.

The syntectic or hybrid sviatonossite magma may have been subject to further differentiation, either gravitative in the manner advocated by Daly [1]), Bowen [2]), and others, or in any other way. In the sviatonossite mass one may find much schlieric development and indistinct primary veins, all these phenomena being suggestive of the squeezing out of liquid magma from a spongy mass of crystalline matter with interstices occupied by liquid magma, in the manner pointed out by Harker [3]). Of all the possible differentiation products only the more salic types have been met with on Sviatoy Noss.

When only the garnet had been separated from the magma by settling down, the residual magma crystallized as a pyroxene-syenite. The farther differentiated phase derivative from the sviatonossite magma is the aegirite-augite-granite, probably representing the last portion of the magma to be consolidated.

Part of the calcium carbonate dissolved in the magma crystallized out in the form of calcite. Another part reacted with the siliceous compounds. Thus was probably formed the epidote as the latest mineral to separate. At places the calcium carbonate was changed to the anorthite compound to form carbonate-meionite. These scapolite-bearing varieties all contain abundant hornblende and probably represent the

[1]) R. A. Daly, »Op. cit., pp. 221—247 (New-York, 1914).

[2]) N. L. Bowen, »The later Stages of the Evolution of Igneous Rocks» Journal of Geology. Volume XXIII, Supplement (1915).

[3]) Alfred Harker, »Fractional Crystallization the prime Factor in the Differentiation of Rock-Magmas», Congrés Géologique International. Canada 1913.

varieties richest in alumina of all the rocks of the sviatonossite series.

The graphite contained in the pegmatites of the sviatonossite is a fact giving added strength to the above theory of the origin of the sviatonossite from the granite magma reacting upon the graphite-bearing limestone.

The theory of the origin of the sviatonossite outlined above is, in all essentials, agreable with Daly's theory of the alkaline rocks, which in the later times has produced so many apologists, Adams and Barlow having first called attention to the apparent field-association of limestone and nephelite-syenites in the Haliburton and Bancroft areas in Ontario [1]).

If the mutual reaction between the sviatonossite magma and limestone had proceeded a step further, lenads would hawe crystallized out from it and by the settling down of the garnet crystals a true nephelite-syenite would have arisen. It is doubtful, if nephelite-syenites originated in this way have ever been observed, for the complex should then be accompanied by igneous andradite-pyroxene rocks. The cromaltite of Cnoc-na-Sroine really presents such an »ultramafic» rock, and its origin is explained by Shand just in the way pointed out [2]) above, but there are no normal nephelite-syenites in the complex. The gravitative differentiation probably never furnishes such a complete example, in which a mineral once crystallized out may be carried away completely.

But nature has many other methods for producing alkaline rocks by interaction between magmas and limestone. In some areas direct assimilation of calcium carbonate may have taken place and the mafic lime-rich silicates, such as diopside and hornblende, resulting from the reaction within the hybrid magma, are carried away by the gravitative way. At present, however, no certain cases of a large-scale assimilation of limestone have been recorded, so far as my knowledge goes. Certainly more important is the contact-action, whereby

[1]) Frank D. Adams and Alfred E. Barlow, Op. cit. (Geol. Surv. Canada, Mem. 6, 1910).

[2]) S. J. Shand, loc. cit. (Transact. Edinburgh Geol. Soc. IX, 1910), p. 394. That the cromaltite is not to be explained as a skarn, seems to me evident from its minerals which are those found also in the borolanite (note aegirite-augite).

silica, iron oxides, magnesia and sometimes alkalies are carried out from the magma to be deposited in the contact minerals formed at the boundaries or within the limestone masses. It may then be expected that the composition of the syntectic magma and its differentiates would be dependent on the nature of the contact minerals that are formed. If vesuvianite or grossularite or scapolite were formed in pure limestone, the magma must be deprived of much alumina, and one may expect aegirite or alkali amphiboles to be found in the resulting alkaline rock. If diopside, tremolite or chondrodite are formed on a large scala, the igneous rock may have been enriched in alumina and perhaps contains corundum.

These are theoretical deductions whose verification has not been looked for. Possibly they will not agree with facts, as these processes are so complicated and so many possibilities are open. It seems also to the writer that assimilation of limestone or lime-bearing materials with subsequent differentiation must not by any means be the only possible way for the genesis of the alkaline rocks. Bowen has shown how such rocks may be possibly originate merely by differentiation processes from a gabbroid magma through biotite-granite in the presence of water [1]).

Convincing examples illustrating Daly's theory are quoted in numbers in his excellent monograph on the igneous rocks [2]) and do not need to be mentioned here. One of the most instructive cases is, however, just the Borolan laccolith already referred to, because it shows such close petrographic analogies to the sviatonossite. Shand has also in his writings actually suggested the possibility of assimilation of limestone [3]).

Concerning the malignite from Poohbah Lake there are no indications in Lawson's paper [4]) of limestone having been found in the surrounding country, which is said to be made

---

[1]) N. L. Bowen, op. cit., pp. 55—66.

[2]) R. A. Daly, op. cit. (New-York 1914).

[3]) S. J. Shand. loc. cit. (Transact. Edinburgh Geol. Soc. IX, 1910) p. 413.

[4]) A. C. Lawson, loc. cit. (Univ California Bull. Dep. Geol. 1, 1896).

up of the Coutchiching series. Lawson discusses only differentiation as a factor in the genesis of the malignites. Smith, who has given a field record of the surrounding country, states the Coutchiching series to be characterized especially by the absence of limestone [2]). The contacts are, however, still insufficiently known, so that this example cannot be used either for or against the assimilation theory.

Very close genetical analogy to the sviatonossite is found in the kedabekite which, according to Fedoroff [3]), has originated from a diabase-porphyrite magma which has assimilated an augite-garnet-rock (= andradite-pyroxene-skarn) containing copper ores.

The sviatonossite is a true igneous rock of the composition of syenite to which is added lime, containing alkali feldspars, aegirite-augite and andradite as ordinary constituents. It has originated by an assimilation process from the granite-magma of the neighbouring large batholith: this has first produced andradite-skarn and subsequently, at deeper levels, resorbed it again. Finally the constituents, have crystallized out in the regular way. This rock deserves quite a particular interest as presenting a concrete example of how alkaline rocks may be formed by the action of magma on limestone, in agreement with Daly's well-known theory. Moreover the phenomena observed in the skarn blocks scattered in the sviatonossite illustrate the theory of the origin of skarn by metasomatic action on limestone.

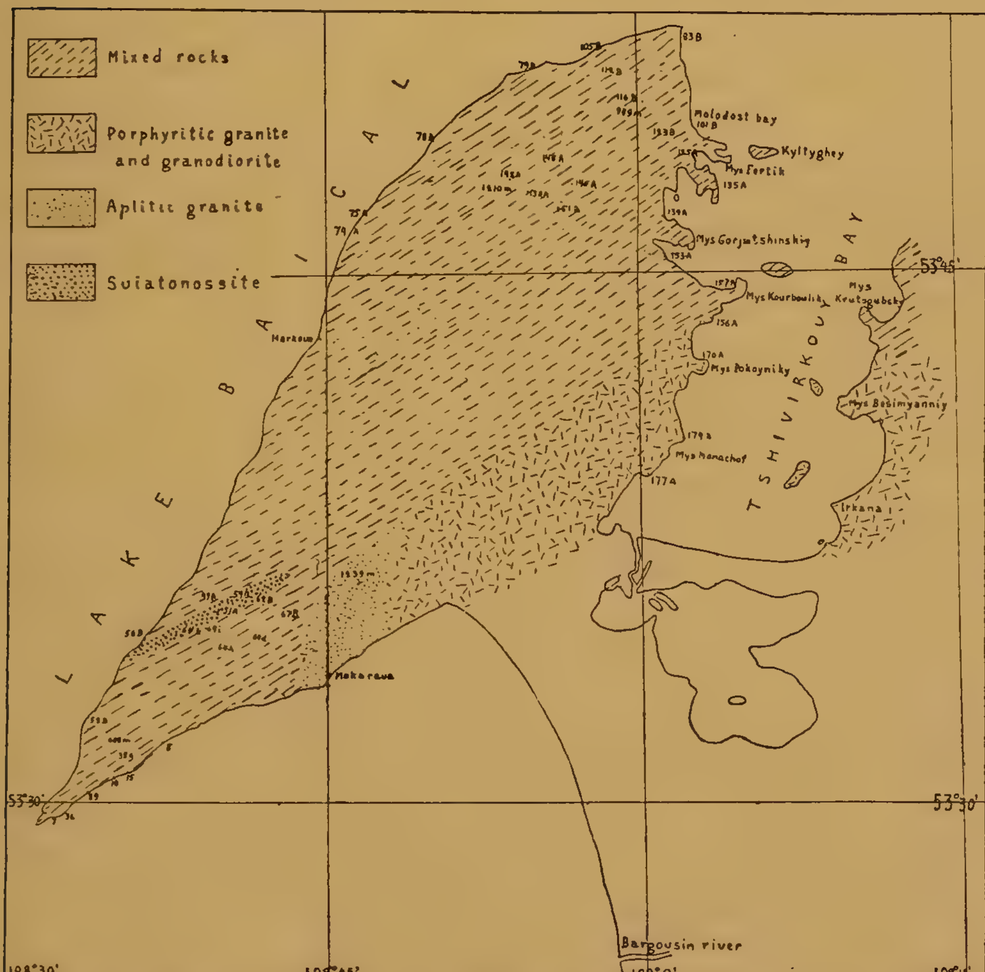
The present paper is an abstract from the reports of the Moscowian Expedition in search of radium, sent in 1914 to Transbaikalia, for the most part at the expense of Mr. P. Ryaboushinsky in Moscow. The leader of the expedition was Mr. M. Soboleff, as mineralogist followed Dr. A. Himmelbauer, and as geologists and petrographers Mr. K. Viscont and the present writer. — The expedition explored parts of the peninsula of Sviatoy Noss, the Bargousin Valley and

[1]) Smith, Annual Report Geol. Survey of Canada, Vol. V, 1890—91, part G. Hunter Island Sheet.

[2]) E. S. Fedoroff, loc. cit. (Изв. Моск. Сельскохоз. Инст. VII, 1901). p. 43.

the Namama region between the Bargousin and the Upper Angara rivers. — The investigation dealt with in the present abstract was carried out in the Mineralogical and Geological Institute of the University of Helsingfors, the expenses for the chemical analyses being paid for by the Moscowian Expedition. The work was finished and the manuscript sent to Moscow in 1916 to be printed there together with the reports of the other participants. This was, however, prevented by the well-known political events in Russia, and therefore this abstract now appears. To my dear fellows on the journeys in 1914 with whom I, during long years, have had no communication, I send my best greetings.

The Mineralogical and Geological Institution of the University of Helsingfors. February, 1921.



Petrological Sketch-map of Sviatoy Noss. After the survey of the Moscowian Expedition in search of Radium in 1914.

Översikt av Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar
Bd. LXIII. 1920—1921. Avd. A. N:o 2.

Redogörelse för fortgången av de astrofotografiska arbetena å observatoriet i Helsingfors under tiden juni 1919 till maj 1920.

Av

Anders Donner.

(Meddelad den 22 november 1920.)

Personalen.

Ledningen av arbetena på Helsingfors-zonen av den internationella katalogen över stjärnorna t. o. m. 11 storleksklassen har likasom förut handhafts av mig med biträde av professor R. F u r u h j e l m såsom underchef. De å assistenterna ankommande arbetena hava skötts av docenten doktor F. I v e r s e n under hela året med undantag av maj månad, av fil. mag. J. E. R e n h o l m under sommaren och en del av september samt av studeranden G. J ä r n e f e l t under hela året. På erbjudande av observatoriets föreståndare professor S u n d m a n har ock t. f. observatorn fil. doktorn N i l s P i p p i n g från oktober till maj regelbundet deltagit i motsvarande arbeten. Filosofiemagistern fröken G. H e l i n har likasom förut utfört en del av de arbeten, som tidigare varit anförtrodda assistenterna. I mätningar eller kalkyler hava deltagit följande damer: fröken N. H e-l i n, under hela året, fröken A. S o h l s t r ö m likaså, dock

med några av andra åligganden föranledda avbrott, fröken O. S e g e r s v e n från oktober till maj samt fröken M. A h l r o t h under mars, april och maj.

Mätningar.

Den genommönstring av varje plåt, som föregår mätningen av de på densamma liggande stjärnorna, har jag under året utfört för 14 plåtar, därvid på den över plåten upprättade kartan med nummer utmärkande de stjärnor, som borde mätas, och i skemat för mätningarna införande dessa numror samt stjärnornas av mig uppskattade storleksklasser.

Mätningarna, utförda enligt samma plan som under de föregående åren, hava för 11 av dessa plåtar verkställts av fröken N. H e l i n, för 2 plåtar ävensom för y-koordinaterna av en tredje av fröken O. S e g e r s v e n samt för 1 plåt av fröken M. A h l r o t h. Dessa plåtar innehålla tillsammans 7,128 stjärnpositioner, således i medeltal 509 stjärnor per plåt. Av de till vår zon hörande 1008 plåtarna äro härmed 996 utmätta, så att endast 12 återstå. De innehålla sammanlagt 280,031 stjärnpositioner, varför varje plåt uppvisar i medeltal 281 uppmätta stjärnor.

De under året mätta plåtarna ligga alla på 45 eller 46 graders deklination samt mellan 21 och 24 timmar i rectascension.

Professor F u r u h j e l m har meddelat följande om sina

Arbeten med stereokomparatorn.

Mätningarna å de plåtar, vilkas centra ligga mellan 6 och 9 timmar i rectascension, hava under året fortsatts och omfattat 52 plåtpar, å vilka sammanlagt 1,079 egenrörelseobjekt utmätts. Härtill komma 8 jämförelsestjärnor å varje plåtpar för bestämmandet av plåtarnas relativa

kontanter, varför hela antalet mätta objekt stiger till 1,495. Vid arbetsårets slut återstodo att mäta 44 plåtpar. Samtidigt med mätningarna hava även reduktionerna fortskridit. För en stor del av de utmätta plåtparen ha sålunda härletts icke blott konstanterna, utan ock de definitiva förskjutningarna i de rätvinkliga koordinaterna, $\triangle x$ och $\triangle y$.

Materialets bearbetning.

För att vinna kontroll över mätningarna och kunna genast rätta eventuella mätningsfel har beräkningen av de rätvinkliga koordinaterna, sådana de framgå ur mätningarna i varje plåtläge tagna för sig, följt möjligast snart på själva mätningarna. Samtliga dessa kalkyler hava utförts av fröken N. H e l i n, som verkställt sådana beräkningar för 13 plåtar.

Den för färdigställandet av manuskriptet till Band I av vår publikation nödiga revisionen av storleksklasserna i de fall, då skilnaden mellan bestämningarna ur två plåtar är 0.5 storleksklasser eller mera, har under året av mig verkställts för 70 plåtar och är härmed *slutförd*. Tryckningen av nämnda band kan därför påbörjas när helst detta i betraktande av de oerhört stegrade tryckningskostnaderna blir möjligt.

Bearbetningen av materialet har därför kunnat koncentreras på band V samt, allt eftersom den i olika avseenden var slutförd för nämnda band, även till ganska väsentlig del på band VI.

Vidkommande *Band V* hava dessa arbeten utgjorts enbart av fortsättningar och avslutningar av dem som beskrivits i redogörelsen för det närmast föregående året. För 7 plåtar, fallande inom området för slutet av 5:te och början av 6:tte bandet hava fröknarna N. H e l i n och S o h l s t r ö m beräknat de definitiva rätvinkliga koordinaterna X och Y samt de korrektioner $\triangle x$ och $\triangle y$, som böra tilläggas till

de på grund av den första konstantberäkningen enbart förbättrade koordinaterna $x_{korr.}$ och $y_{korr.}$ för att erhålla värden som böra överensstämma med X och Y och sålunda kontrollera dessa. De kollationerade och beriktigade värdena på X och Y hava därpå införts i manuskriptet av fröknarna Helin och Segersven. Detta är fullgjort för hela Band V.

Magistern fröken G. Helin har därpå ur X och Y beräknat rectascensions- och deklinationsdifferenserna mellan varje stjärna och plåtcentrum för 40 plåtar. Härmed är detta omfångsrika arbete *slutfört* för hela Band V och även för de dess område allra närmaste plåtarna av Band VI. De definitiva värdenas på stjärnornas rectascensioner och deklinationer beräknande och införande i manuskriptet ävensom deras kontrollerande genom återberäknande härur av X och Y har för tillsammans 48 plåtar verkställts av doktor Iversen samt av herr Järnefelt och doktor Pipping ävensom till någon del av magister Renholm. Även detta arbete är så *slutfört* för hela Band V.

Sedan redan tidigare samtliga storleksuppskattningar å de till Band V hörande plåtarna korrigerats för stjärnans läge på plåten, har jag under sommaren och början av hösten verkställt samtliga jämförelser mellan de sålunda reducerade storleksklasserna, vartill plåtarna inom Band V och den därpå följande halvtimmen av Band VI kunna giva anledning genom kombinerande av två plåtar som delvis täcka varandra. För vardera de i varje fall jämförda plåtarna hava differenserna ordnats i två grupper, den ena omfattande stjärnor svagare än $9^{m}.5$, den andra de ljusstarkare, och medeltalet tagits inom vardera gruppen. Dessa svara i allmänhet mot storleksklasserna $8^{m}.8$ och $10^{m}.5$. Där medeltalet av ljusstyrkorna inom endera gruppen kännbart avvikit därifrån, har interpolation skett, för att talen måtte motsvara nämnda storleksklasser och resultaten av jämförelsen med olika plåtar sålunda bliva direkt kombinerbara med varandra. Halva medeltalet av de 6 — eller vid randzonerna 4 — tal, som för vardera gruppen erhållits genom plåtens anslutning till de densamma delvis täckande, har därpå

betraktats som ett första approximerat värde på korrektionen till storleksklasserna inom denna plåt och grupp. De följande tillnärmelserna hava därpå ernåtts genom att på motsvarande sätt kombinera differenserna mellan de så erhållna korrektionerna för den i fråga varande och de till denna direkt anslutna plåtarna. Vid medeltalstagandet har överallt givits halv vikt åt resultaten av anslutningar till plåtar å samma parallel.

Sedan sålunda för envar av de 126 till bandet hörande plåtarna korrektionerna vid $8^m.8$ och $10^m.5$ fastställts, har en tabell upprättats som ger den av plåtens individualitet beroende korrektionen för varje tiondedels storleksklass kombinerad med den som överför storleksuppskattningarna till ett rationellt system. Alla dessa tabeller hava formerats, för varje plåt inom Band V.

Med anlitande av dessa tabeller hava sedan de slutligt förbättrade värdena på stjärnornas storleksklasser införts i manuskriptet. De hava därpå införts i den sedelkatalog, där samtliga en och samma stjärna beträffande, men från olika plåtar härrörande, bestämningar sammanförts, och däri samtidigt antecknats de ur samma plåt erhållna värdena på stjärnans rectascension och deklination. Härvid har än en gång kontrollerats rectascensionens härledande ur $tg(\alpha - \alpha_0)$ samt minuten i deklination. Kontrollen över att decimalerna av bågminuten i δ riktigt överförts till sekunder och delar därav har nämligen tidigare skett genom verkställande av motsvarande förvandling för differensen av nämnda decimaler för två på varandra följande stjärnor. De här beskrivna operationerna hava under året utförts av professor Furuhjelm och mig för tillsammans 78 plåtar av Band V. Samtidigt hava vi antecknat de fall där skilnaden mellan de från två plåtar härrörande bestämningarna av vare sig ort eller storleksklass tyckts påkalla en revision, och har denna för positionernas vidkommande i flertalet fall redan utförts, medan den för storlekarna senare i ett sammanhang kommer att ske. Det bör ännu antecknas att professor Furuhjelm i manuskriptet och i sedelkatalogen infört de förbättrade orter för stjärnorna på de 7 första plåtarna av bandet, som

framgått efter den revision av konstantberäkningen för dessa vilken föranletts av införandet av de M ö n n i g m e y e r'ska korrektionerna till Bonnorterna. Härvid hava ock de av professor F u r u h j e l m bestämda egenrörelserna för komparationsstjärnor beaktats.

I manuskriptet har jag även infört rubrikhuvudena för samtliga plåtar av Band V. För slutförandet av behandlingen i allt som rör nämnda band återstår numera endast införandet för 41 plåtar av de definitiva storleksklasserna i manuskriptet samt dessas och orternas införande i sedelkatalogen ävensom revisionen av storleksklasserna, där större avvikelser förekomma, samt, i en del fall, av positionerna, där sammanställningarna i sedelkatalogen givit anledning att misstänka fel.

Av arbetena på Band VI må främst nämnas, att konstituerandet av värdena på de rätvinkliga koordinaterna, sådana dessa framgå direkt ur mätningarna, har genomförts för inalles 67 plåtar, därav för 47 av herr J ä r n e f e l t, samt för övrigt av doktor P i p p i n g och för några av mig. Beräkningen har därvid skett med begagnande på en gång av mätningarna i de två motsatta lägena av plåten samt kontrollerats genom medeltalen av vad mätningarna i vartdera läget tagna för sig giva. Dessa medeltal hava i några fall skilt uttagits av fröken N. H e l i n, men eljes av beräknaren bildats vid kontrollen utan att antecknas.

Härpå ha följt beräkningen av plåtkonstanterna på grund av de å plåten belägna komparationsstjärnorna, vilkas orter äro tagna dels ur Bonnzonerna med tillägg av M ö n n i g m e y e r's korrektioner dels ur de till dessas system uppreducerade Lundzonerna. Konstantberäkningen har utförts av herr J ä r n e f e l t för 36, av doktor P i p p i n g för 10 plåtar. För samma 46 plåtar har kontrollräkning utförts genom att, sedan skilnaderna mellan observerade och beräknade x och y fastställts, ur dessa återberäknats komparationsstjärnornas α och δ. Kalkylerna hava gjorts av fröken G. H e l i n för något mera än halva antalet plåtar, för de övriga av herrar P i p p i n g, J ä r n e f e l t och I v e r s e n.

Så snart konstantberäkningen på grund av plåtens komparationsstjärnor slutförts, har jag i manuskriptet infört alla de allmänna data, som däri för var plåt upptagas ovanför kolumnerna som beträffa de enskilda stjärnorna, detta dock blott t. o. m. nämnda konstanter. Så har ock nu skett. Tillika har jag i ett räkneschema antecknat formlerna till beräknande av de förbättrade värden på de rätvinkliga koordinaterna, som erhållas genom att till de direkt ur mätningarna framgående värdena tillägga verkningarna av nämnda plåtkonstanter samt av refraktion och aberration. Med begagnande härav hava sådana värden $x_{\text{korr.}}$ och $y_{\text{korr.}}$ beräknats för 31 plåtar, till större delen av fröken N. Helin, delvis av fröken G. Helin och av fröken A. Sohlström. Dessa damer hava därvid infört värdena på nätets delningsfel.

Så snart dessa första förbättrade värden på de rätvinkliga koordinaterna föreligga beräknade för ett visst område på himmelen, kan skridas till deras jämförande med varandra, varvid x och y på den ena av de två varandra delvis täckande plåtarna numeriskt överföras till de värden de antaga, om denna plåts nollpunkt förflyttas till den andra plåtens nollpunkt och en deklinationscirklarnas för plåtcentra konvergens motsvarande vridning av axlarna samtidigt sker. Genom dessa jämförelser ernås anslutning av de två plåtarna till varandra, och på sådana kan en förbättring av konstanterna för vardera plåten sedermera grundas. Till först utsökas därvid ett antal stjärnor, möjligast gynnsamt belägna på båda plåtarna och så att de efteråt kunna förenas till två fiktiva stjärnor på möjligast stort avstånd från varandra. Uttagandet av dessa stjärnor har för envar av 40 plåtars anslutning till fyra närliggande skett, dels av doktor Iversen dels av mig. Magistern fröken G. Helin har därpå för dessa stjärnor ur de föregående räkningarna uttagit såväl de ur mätningarna framgående värdena på x och y som på $x_{\text{korr.}}$ och $y_{\text{korr.}}$ och, för bildandet av de fiktiva stjärnorna, tagit medeltalen härav för vardera av de två grupper, vartill stjärnorna förenats. Detta har skett för 23 plåtar. Kontroll över värdenas riktiga uttagande och beräknande har därpå vunnits genom att för varje grupp

eller fiktiv stjärna med tillhjälp av plåtkonstanterna reducera medeltalet av de uppmätta x eller y till motsvarande $x_{korr.}$ eller $y_{korr.}$. Detta arbete hava doktor Iversen och jag utfört för samma 23 plåtar. Vid 13 av dessa plåtar har magistern Helin verkställt beräkningen av de enskilda stjärnornas på den ena plåten koordinater vid plåtcentrums förflyttning på förut nämt sätt samt jämfört dessa värden med motsvarande stjärnors koordinater på den andra plåten samt överallt tagit medeltalen. Sistnämnda räkningar åter för medeltalen d. v. s. de fiktiva stjärnorna hava däremot — för 10 plåtar — utförts av doktor Iversen, varigenom kontroll över anslutningsräkningarna vunnits.

Bearbetningen av storleksklasserna har begynt därigenom att fröken Sohlström utfört deras »reduktion till centrum» d. v. s. deras korrigerande för stjärnans läge på plåten för inalles 154 plåtar, nämligen ända till slutet av Band VI och ett gott stycke in på Band VII.

Det framgår sålunda, att bearbetningen av plåtarna inom Band VI i olika delar av dess område överallt är påbörjat men befinner sig i väsentligen olika framskridet stadium samt delvis är rätt långt hunnet.

Översikt av Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar.
Bd. LXIII. 1920—1921. Avd. A. N:o 3.

Intensitätsverhältnisse der Trabanten einiger Spektrallinien.

Von

HARALD LUNELUND.

(Gedruckt auf Vorschlag der Herren Hj. Tallqvist und A. F. Sundell).

§ 1. *Einleitung, Zweck der Arbeit.* Im Jahre 1892 entdeckte A. A. Michelson mit Hilfe seines Interferometers, dass mehrere Linien im Quecksilber-Spektrum, die früher als einfach galten, eine komplizierte Struktur haben. Neben der früher allein bekannten Hauptlinie tauchten bei Beobachtungen mit stärker auflösenden Apparaten ein oder mehrere s. g. *Trabanten* oder *Satelliten* auf, die wegen ihrer Nähe zur Hauptlinie und ihrer Lichtschwäche früher übersehen worden waren. Die ungefär gleichzeitige Erfindung geeigneter Apparate sehr hohen Auflösungsvermögens: das Interferometer von Perot und Fabry, das Stufengitter von Michelson und das Plattengitter von Lummer und Gehrcke wirkte sehr fördernd auf die weiteren Untersuchungen über die Linienstruktur (und den Zeeman-Effekt).

Zugleich mit der Angabe der Lage der Trabanten pflegte man auch die Intensität der letzteren anzugeben. Die allermeisten Intensitätsangaben beruhten aber nicht auf exakten photometrischen Messungen, sondern auf subjektiver Schätzung des Beobachters. Kein Wunder, dass die Zahlen manchmal stark von einander abwichen, was freilich teilweise seinen Grund in der Verwendung verschiedener Spektralapparate und verschiedener Lichtquellen hatte!

In den Jahren 1908—10 hatte ich Gelegenheit im physikalischen Institute der Universität Göttingen mit einem Stufen-

gitter grösster Art die Struktur einiger Spektrallinien zu untersuchen. Ausser den Abständen der Trabanten von der Hauptlinie habe ich [1]) auch die Intensitäten derselben angegeben, musste aber mangels eines Mikro-Photometers dieselben schätzen. Da aber das physikalische Institut der Universität Helsingfors jetzt ein Hartmannsches Mikro-Photometer erhalten hat, benutzte ich die Gelegenheit zu untersuchen, inwiefern meine früheren Werte der Intensitäten der Spektrallinien mit den mikro-photometrisch gemessenen übereinstimmen. Dadurch werden nicht nur für ein bestimmtes optisches Instrument und eine bestimmte Lichtquelle *die Intensitäten der Trabanten relativ zur Hauptlinie gemessen*, sondern auch *ein Beitrag geliefert zur Frage, wie genau ein Beobachter aus der Schwärzung einer photographischen Platte auf die wirkliche Intensität der Linie schliessen kann*, ein Problem, dass allgemeineres Interesse beanspruchen dürfte.

§ 2. *Die Apparate.* Das ausgezeichnete 35-stufige *Echelon*, mit dem die Spektralaufnahmen in Göttingen gemacht wurden, stammte aus den Werkstätten Hilgers, London. Die beistehende Tabelle giebt für einige der Fraunhoferschen Linien eine Übersicht über das Auflösungsvermögen $\frac{\lambda}{d\lambda}$, den Abstand benachbarter Ordnungen $d_{\lambda\,\mathrm{max.}}$ und die Grenze der Auflösung $d\lambda$ des Apparates. Die Wellenlängen sind in Ångström-Einheiten (1 Å. E. = 10^{-8} cm) ausgedrückt.

	A	D_1	*F*	*H*
$\lambda =$	7621	5896	4861	3968
$\frac{\lambda}{d\lambda}\cdot 10^{-5} =$	2.79	3.75	4.75	6.27
$d\lambda_{\mathrm{max.}} =$	0.984	0.566	0.368	0.228
$d\lambda =$	0.027	0.016	0.010	0.006

[1]) Harald Lunelund, Über die Struktur einiger Spektrallinien und ihren Zeeman-Effekt in schwachen Magnetfeldern, Diss. Helsingfors 1910, Ann. d. Phys. **34**. S. 505. 1911.

Die Lichtquelle. Als Lichtquelle diente eine mit Quecksilberamalgam gefüllte Quarzlampe von Heraeus, Hanau. Das Amalgam enthielt ausser 60 % *Hg*, 20 % Blei, 20 % Wismut, ½ % Zink und ½ % Cadmium. Die Klemmenspannung betrug bei den Aufnahmen 23—50 Volt, die Stromstärke 3—4 Amp.

Das Hartmannsche Mikro-Photometer ist zum Vergleich der Schwärzungen photographischer Platten sehr geeignet. Fig. 1 giebt eine Vorstellung von der Konstruktion des Instruments. Darin ist *G* eine Scheibe aus mattem Glase, dieselbe wird von einer Glühlampe beleuchtet. Die Lichtstrahlen gehen im Photometer teils den oberen Weg, indem sie vom Spiegel *F* nach links geworfen werden, und

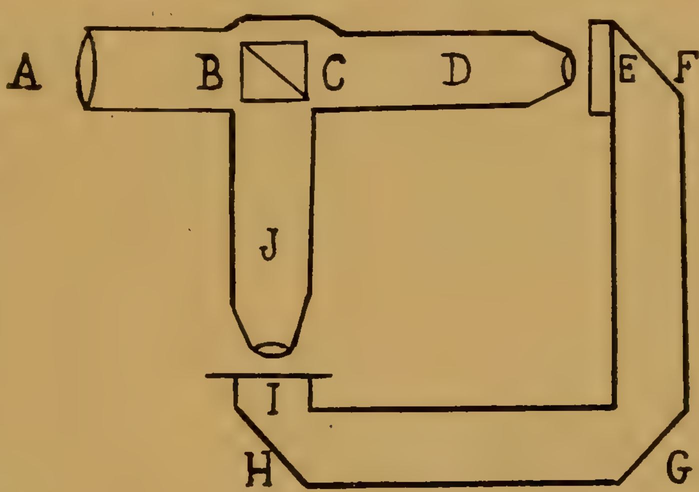


Fig. 1.

durchsetzen dann den geschwärzten Keil E, dessen Schwärzung gegen das eine Ende allmählich abnimmt, und das Mikroskop *D* und gelangen endlich durch den Lummer-Brodhunschen Photometerwürfel *BC* ins Auge des Beobachters. Die den unteren Weg befolgenden Strahlen werden vom Spiegel *H* nach oben reflektiert, passieren die zu messende Platte *I* und ein ebensolches Mikroskop wie *D* und werden dann durch den Würfel *BC* nach *A* abgelenkt. Der Beobachter sieht die Spektrallinie, deren Schwärzung gemessen werden soll, entweder hell auf dunklem Boden oder umgekehrt und stellt durch Verschieben des geschwärzten Keiles auf gleiche Helligkeit ein. Die Stellung des Keiles wird abgelesen, und mittels einer dazu gehörenden Kurve die Schwärzung bestimmt.

Das bei diesen Untersuchungen benutzte Mikro-Photometer wurde von H. Heele in Berlin geliefert. Da es nach

der ursprünglichen H a r t m a n nschen Angabe [1]) gebaut war, wurden im hiesigen physik. Institute einige Abänderungen desselben gemacht, die Vergrösserung durch Einfügung L e i t zscher Mikroskopobjektive (Nr 3 bezw. 5) vergrössert und der Tisch, auf den die Platten gelegt werden, durch eine Präzisionsmikrometerschraube beweglich gemacht. — Ausserdem wurden einige geschwärzte Keile hergestellt. Zu dem Zweck wurde zuerst ein Sensitometer nach S c h e i n e r [2]) gebaut.

Das Sensitometer [3]). Die Konstruktion des Sensitometers beruht auf der Benutzung einer mit einem Ausschnitt versehenen rotierenden Scheibe. Wenn letztere einen sektorförmigen Ausschnitt enthält, wird bei schneller Umdrehung das hindurchgehende Licht im Verhältnisse der Sektoröffnung zum ganzen Kreise geschwächt. Es sei I_0 die Intensität des auf die Scheibe fallenden Lichtes, I die durchgehende Intensität und die Winkelöffnung des Sektors in Graden $= \alpha$, so ist

$$I = I_0 \frac{\alpha}{360}.$$

Es ist aber zweckmässiger dem Ausschnitte eine solche Form zu geben, dass die durchgehende Lichtmenge eine Funktion des Abstandes vom Mittelpunkte der Scheibe ist. So wurde hier verfahren. Der Scheibenradius hatte eine Länge von 12.5 cm, davon wurde ein 8.5 cm langes Stück herausgegriffen und in 19 gleiche Teile geteilt. Gemäss der Gleichung

$$n \, lg \, \triangle = lga,$$

in der $n = 19$, $a = 100$ und dementsprechend $\triangle = 1.27$ war, wurde für den äussersten Punkt Nr 1 der Öffnungswinkel $\alpha = 1°$, für den darauffolgenden $\alpha = 1.27°$, für Nr 3 $\alpha = 1.62°$ u. s. w., für Nr 19 $\alpha = 78.5°$ und für Nr 20

---

[1]) J. H a r t m a n n, Zs. f. Instrkde **19**. 97 (1899).
[2]) J. S c h e i n e r, Zs. f. Instrkde **14**. 201 (1894).
[3]) J. S c h e i n e r. l. c.

$\alpha = 100°$ gewählt. Durch Verbinden sämtlicher Punkte erhielt der Ausschnitt die in Fig. 2 angegebene Form.

In der Fig. ist *B* ein kleines für Handbetrieb eingerichtetes Kurbelrad mit Schnurlauf, wodurch die Scheibe *A* in schnelle Rotation gesetzt werden konnte. Die Kassette *C* war hinter der Scheibe angebracht. Sie war für die Plattengrösse 6 × 9 cm eingerichtet. Als *Lichtquelle* diente eine kleine in 1 m Entfernung gestellte Glühlampe. An *Platten* benutzte ich *Imperial*, Marke *Special sensitive*. — Die auf obige Weise hergestellten Keile zeigten eine gegen das Ende sehr gleichmässig abnehmende Schwärzung.

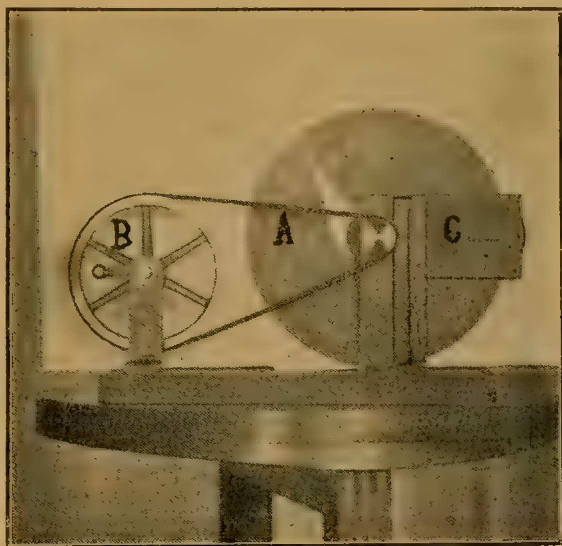


Fig. 2.

§ 3. *Die Berechnung der Schwärzungen der Keile.*

Es bedeute

S die Schwärzung einer entwickelten photographischen Schicht,

I_a die auf die Schicht fallende,

I_d die von der Schicht durchgelassene Lichtintensität. Dann ist

$$S = \log \frac{I_a}{I_d} \cdot$$

Um *S* zu berechnen verfuhr ich so, dass ich eine Anzahl Platten, im ganzen 8, verschieden lange belichtete und nach dem Entwickeln die Lichtundurchlässigkeit derselben mit einem Lummer-Brodhunschen Photometer bestimmte. Als Lichtquellen dienten mir teils zwei gleich starke Glühlampen, teils zwei Hefnerlampen. Um die Reflexionen an den Platten zu kompensieren, benutzte ich auf der einen Seite eine ganz klare Platte (von derselben Grösse und aus

demselben Glase). Es wurde grosse Sorgfalt auf die möglichst genaue Bestimmung dieser »Normalplatten» verwendet. Nach jeder Messungsreihe wurde die Lage der geschwärzten Platte und die der Kompensationsplatte umgetauscht und eine neue Messungsreihe gemacht. Die Konstanz der Lichtquellen wurde öfters kontrolliert. Als Mittel aus mehreren Beobachtungsreihen erhielt ich folgende Werte:

N:r	$\frac{I_a}{I_d}$	S
1	1.266(3)	0.102(5)
2	1.797(3)	0.254(6)
3	6.025(0)	0.780(0)
4	10.08(6)	1.00(4)
5	19.35(4)	1.28(7)
5	33.85(0)	1.53(0)
7	77.46(0)	1.88(9)
8	119.7(1)	2,07(8)

Bei den Messungen der Schwärzungsdifferenzen zweier Spektrallinien ist zu beachten, dass die Schwärzungen im Gebiete der normalen Schwärzung liegen.

Berechnung des Intensitätsverhältnisses zweier Spektrallinien. S bedeute die Schwärzung einer entwickelten phot. Schicht,

i die auf eine Stelle der Bromsilbergelatine auffallende Lichtintensität,

t die Belichtungsdauer,

k, m, n Konstanten (für kleine Variationen von i und t). Dann gilt nach früheren Untersuchungen [1]) die Gleichung

$$S = \ln (k i^m t^n).$$

Für zwei verschiedene Lichtquellen und Belichtungszeiten ergiebt sich also

---

[1]) Vgl. J. Stark, Ann. d. Phys. 35, 461 (1911).

$$S_1 = \ln (k i_1^m t_1^n)$$
$$S_2 = \ln (k i_2^m t_2^n) \text{ oder}$$
$$e^{S_1} = k i_1^m t_1^n,$$
$$e^{S_2} = k i_2^m t_2^n \text{ und daraus}$$
$$\left(\frac{i_1}{i_2}\right)^m = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^n e^{S_1 - S_2}.$$

Bei gleichen Belichtungszeiten fällt t heraus und die letzte Gleichung nimmt die Form an

$$\frac{i_1}{i_2} = e^{\frac{S_1 - S_2}{m}} \quad \text{oder} \tag{1}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = 1 + \frac{S_1 - S_2}{m} + \frac{1}{2}\left(\frac{S_1 - S_2}{m}\right)^2 + \cdots \tag{2}$$

Bei kleinen Schwärzungsdifferensen (etwa < 0.20) kann man sich auf die drei ersten Glieder rechts beschränken, bei grösseren muss die vollständige Formel (1) benutzt werden.

m ist eine für die benutzte phot. Platte charakteristische Konstante. Dieselbe kann mittels des Kunstgriffs der »Doppelfelder» bestimmt werden. Dabei wird vor den Kollimatorspalt eine Platte gestellt, deren beide Hälften verschiedene, aber gleichmässige Schwärzung haben und das hindurchgehende Licht in einem bestimmten Verhältnis schwächen. Die Schwärzungsdifferenzen der beiden Hälften der Spektrallinien werden mit dem Mikro-Photometer gemessen.

Bei meinen 1914 an der Technischen Hochschule in Aachen angestellten Untersuchungen über die »Intensitätsverhältnisse lang- und kurzwelliger elektrischer Komponenten der Serienlinien des Wasserstoffs» [1]) (S t a r k-Effekt) bestimmte ich m für Agfa-Platten und erhielt als Mittel aus 15 + 14 Messungsreihen den Wert $m = 0.64$. Die bei der vor-

---

[1]) Ann. d. Phys. 45 (1914) sowie H a r a l d L u n e l u n d, Undersökning av intensitetsförhållandena hos de vid elektrisk sönderdelning av H_β, H_γ och H_δ uppkommande komponenterna. Öfvers. af Finska Vet.-Soc. Förh. Bd. LVII, 1914—1915, Afd. A N:o 5.

liegenden Arbeit benutzten Göttinger-Platten waren hauptsächlich Perorto- und Agfa-Platten (nur 1 Dzd. Lumière). Da ich m für keine der damals verwendeten Plattenpakete bestimmen konnte, bestimmte ich m für in diesem Jahre gekaufte Perorto-Platten. Ich erhielt auch jetzt im Mittel $m = 0.64$ und habe deshalb diesen Wert für meine Göttinger-Platten benutzt, was um so unbedenklicher erscheint, als ich die relativen Intensitäten im folgenden nur mit einer Dezimale angebe.

Die von mir benutzten Doppelfelder schwächten nämlich das hindurchgehende Licht im Verhältnis 1.749 : 1 und die Schwärzungsdifferenz war 0.36. Nach Formel (1) ergiebt sich daraus für m der Wert 0.64(4).

§ 4. *Die Spektrallinien.* Die Hauptlinien, deren Trabanten in dieser Arbeit hinsichtlich der Intensität untersucht wurden, waren im ganzen 7, die in der Tabelle verzeichnet sind. Meine Göttinger-Platten umfassen zwar auch andere Linien als die unten angeführten, da aber bei mikro-photom. Messungen hohe Forderungen an die Schärfe der Linien zu stellen sind und ihre Schwärzungen im normalen Schwärzungsgebiete liegen müssen, konnten sie nicht verwendet werden.

Element	λ in Å.	Farbe
Quecksilber . .	5790	gelb
» . .	5769	»
» . .	5461	grün
» . .	4359	indigo
Kadmium . . .	4800	hellblau
» . . .	4678	dunkelblau
Vismut	4722	blau

Es wurden beide Vergrösserungen benutzt, hauptsächlich jedoch die stärkere (Nr 5). Auch verschiedene Keile wurden verwendet. Die Aufnahmen mit dem Echelon wurden in der Doppelordnungstellung gemacht.

§ 5. *Die Quecksilberlinien.* $\lambda = 5790$ Å. Belichtungsdauer 20—25 Min., $d\lambda_{max.} = 0.544$ Å., $d\lambda = 0.015$ Å. Von den mit Sicherheit festgestellten 6 Trabanten dieser Linie konnte ich mit dem Mikro-Photometer nur die drei stärksten hinsichtlich der Intensität untersuchen. Auch bei jenen waren die Messungen schwierig. Die Resultate finden sich in der beifolgenden Tabelle, worin zum Vergleich auch die Werte von Janicki[1]) und Nagaoka[2]) mit angeführt sind, weil die genannten Forscher die Quecksilbertrabanten mittels Stufengitter untersucht haben. Das von Prof. Nagaoka in Tôkyô benutzte grosse Echelon hatte wie das Göttinger-Instrument 35 Stufen, Janicki benutzte ein etwas kleineres Stufengitter. Der letztere giebt die Intensitäten der Trabanten in Bruchteilen der Hauptlinienintensität an (Hauptlinie = 1), während Nagaoka und Verf. die Hauptlinie mit 10 bezeichnen. Die Abstände der Komponenten von der Hauptlinie sind in Å. gegeben. Die Schwärzungsdifferenzen S_1—S_2 relativ zur Hauptlinie stehen in der letzten Kolumne. Es wurden 4 Platten gemessen.

Trabant.	Intensität				S_1-S_2
	Janicki	Nagaoka	Verf. okulär	Verf. M. Phot.	
— 0.121	$^1/_5$	8	4	5.1 (5)	0.425
0.000	1	10	10	10	—
+ 0.131	$^1/_7$	3	3	2.8	0.80
+ 0.227	$^1/_7$	4	3	3.5	0.655

Die Intensität des stärksten Komponenten ist von Janicki und vom Verf. okulär etwas unterschätzt, von Nagaoka bedeutend überschätzt worden. Jedoch ist es wahrscheinlich, dass wenigstens die Art der Lichtquelle, vermutlich aber auch der Spektralapparat einen Einfluss auf die Intensitätsverhältnisse der Linien hat.

[1]) L. Janicki, Ann. d. Phys. **19.** 36. 1906.
[2]) H. Nagaoka, Tôkyô Sûg-But. Kizi (2) 5, 1, 1909; Phys. Zeitschr. **10**, 609, 1909.

Bei $\lambda = 5769$ *Å.*, Belichtungszeit 35—60 Min., $d\lambda_{\text{max.}} = 0.540$ *Å.*, $d\lambda = 0.015$ *Å.* konnte ich nur mit Mühe zwei Komponenten messen. Ich erhielt als Mittel aus den Messungen an zwei Aufnahmen folgende Werte:

Trabant	Intensität				S_1—S_2
	Janicki	Nagaoka	Verf. ok.	Verf. M. Phot.	
— 0.049	$^1/_4$	5	4	4.3	0.54
0.000	1	10	10	10	—
+ 0.043	$^1/_3$	5	5	5.3	0.40

Sehr scharfe Aufnahmen besitze ich von der grünen Quecksilberlinie, bei der ich die Intensitäten von 5 Trabanten gemessen habe. Die meisten der Linien waren aber sehr schmal, und deshalb zum photometrieren ungeeignet. 4 Platten wurden gemessen. Die Resultate waren folgende.

$\lambda = 5461$ *Å.* Belichtungszeit 6—12 Min., $d\lambda_{\text{max.}} = 0.478$ *Å.* $d\lambda = 0.013$ *Å.*

Trabant	Intensität				S_1—S_2
	Janicki	Nagaoka	Verf. ok.	Verf. M. Phot.	
— 0.245	$^1/_5$	2	5	5.0	0.44
— 0.110	$^1/_{10}$	5	3	3.7	0.63
— 0.079	$^1/_7$	7	4	6.4	0.29
0.000	1	10	10	10	—
+ 0.073	$^1/_3$	9	6	6.8	0.245
+ 0.118	$^1/_8$	5	4	4.3	0.54

Wenn man die Resultate vergleicht, die ich beide Male erhalten habe, merkt man den Einfluss der Linienbreite, denn wenn zwei Spektrallinien dieselbe Schwärzung haben, aber verschiedene Breite, so täuscht sich das Auge und glaubt, dass die schmälere Linie die schwächere ist. Bei den anderen Quecksilberlinien, die nicht so scharf waren, trat dies weniger hervor.

Die violette *Hg*-Linie $\lambda = 4359$ Å. zeigt bekanntlich eine sehr komplexe Struktur. Bei meinen Aufnahmen war die Belichtungszeit 5 Min., $d\lambda_{\text{max.}} = 0.286$ Å., $d\lambda = 0.008$ Å. Es konnten nur die stärksten Trabanten gemessen werden, und, weil diese oft paarweise nahe an einander liegen, so musste ich mich mit dem Mittelwerte aus ihren freilich fast übereinstimmenden Werten begnügen. Die Resultate gehen aus der Tabelle vor:

Trabant	Intensität				$S_1 - S_2$
	Janicki	Nagaoka	Verf. ok.	Verf. M. Ph.	
— 0.112	2/3	9	8	5.7	0.36
— 0.094	2/3	8	7		
— 0.021	1	9	9	8.2	0.12
0.000	1	10	10	10	—
+ 0.044	1/4	9	3	3.7	0.61
+ 0.111	2/3	8	7	5.6	0.37
+ 0.130	2/3	8	6		

Die obenstehenden Zahlen zeigen, dass die Intensitäten der stärkeren Trabanten hier im Gegensatz zur grünen *Hg*-Linie von sämtlichen Beobachtern überschätzt worden sind, was sichtlich mit dem Umstand zusammenhängt, dass die Linienbreite der hier auftretenden Trabanten grösser ist.

§ 6. *Die Kadmiumlinien.* Es wurden die Linien $\lambda = 4800$ Å. und $\lambda = 4678$ Å. untersucht, zwei Aufnahmen von beiden. Wegen der geringen Zahl ihrer Trabanten bieten sie weniger an Interesse als die Quecksilberlinien. Die Belichtungszeiten waren 1—2 Stunden.

λ in Å	Trabant	Intensität			λ in Å	Trabant	Intensität		
		Janicki	Verf. ok.	Verf. M. Ph.			Janicki	Verf. ok.	Verf. M. Ph.
4800	— 0.080	1/5	2	3.5	4678	— 0.056	1/6	3	3.6
»	— 0.034	1/6	3		»	0.000	1	10	10
»	0.000	1	10	10	»	+ 0.032	1/3	3	3.5
»	+ 0.059	1/4	2	3.3	»				

§ 7. *Die Wismutlinie* $\lambda = 4722$ Å. war zwar nicht vollkommen scharf, aber doch gut auszumessen. Die Belichtungszeit war lang 1 ½—2 ½ St., $d\lambda_{max.} = 0.345$ Å., $d\lambda = 0.010$ Å. Im ganzen wurden 5 Trabanten hinsichtlich der Intensität ausgemessen (Vgl. die Tabelle).

Trabant	Intensität		$S_1 - S_2$
	Verf. okul.	Verf. M. Ph.	
—0.105	4	6.3	0.295
—0.062	3	4.2	0.56
—0.031	3		
—0.000	10	10	—
+0.059	5	6.9	0.24
+0.104	2	3.8	0.61

Die Intensitäten wechselten etwas bei den verschiedenen Platten, sind aber okul. etwas unterschätzt worden. Die erhaltenen Werte sind die Mittelwerte aus den Messungen an drei Aufnahmen.

§ 8. *Zusammenfassung.* Es wurden mittels eines Hartmannschen Mikro-Photometers die Intensitätsverhältnisse der Trabanten einiger Spektrallinien untersucht, die mit einem 35-stufigen Echelon photographiert worden waren. Die photometrisch gewonnenen Resultate wurden mit den okular geschätzten verglichen und die entsprechenden Zahlen in Tabellen wiedergegeben. Die Zahl der untersuchten Linienkomplexe beträgt im ganzen 7, davon 4 Quecksilberlinien, 2 Kadmiumlinien und eine Wismutlinie.

Da das Echelon bei richtiger Einstellung scharfe, aber sehr schmale Linien giebt, ist die photometrische Untersuchung der Intensitätsverhältnisse schwierig. Die aller schwächsten Trabanten konnten nicht berücksichtigt werden. Was die Resultate betrifft, so stimmen die photometrisch erhaltenen Werte in manchen Fällen verhältnismässig gut mit den okulär geschätzten, wenn nämlich die Linien ungefähr dieselbe Breite haben. Ist dies nicht der Fall, täuscht sich das Auge leicht, indem es von zwei Linien mit

der gleichen Schwärzung die schmälere für weniger intensiv hält als die breitere.

Die photometrischen Messungen sind im Physik. Institute der Universität Helsingfors an Platten gemacht worden, die ich bei dem verstorbenen Geh. Rat. Prof. V o i g t in Göttingen in den Jahren 1908—10 photopgraphiert und hinsichtlich der Intensität okulär untersucht habe. Prof H j. T a l l q v i s t bin ich wegen der Anschaffung des H a r t m a n n-schen Mikro-Photometers zum Danke verpflichtet.

Helsingfors im Februar 1921.

Översikt av Finska Vetenskaps Societetens Förhandlingar.
Bd. LXIII. 1920—1921. Avd. A. N:o 4.

[library stamp]

Lichtbrechung und Atombau.

Die Refraktionsäquivalente der Ionen.

Von

JARL A. WASASTJERNA.

(Gedruckt auf Vorschlag der Herren L. W. Öholm und Hj. Tallqvist).

I.

Lichtbrechung und Atombau.

§ 1. Wir stellen uns einen positiven Atomkern mit der Ladung $+e$ vor, um welchen ein Elektron kreist, dessen Ladung $= -e$ und dessen Masse $= m$ ist. Das hierdurch definierte System befinde sich in einem elektrischen Feld, dessen Richtung mit der Richtung der x-Achse eines rechtwinkeligen dreidimensionalen Koordinatensystems xyz übereinstimme. Der positive Atomkern falle mit dem Anfangspunkt des Koordinatensystems zusammen. Stellen wir uns auf den Standpunkt der Bohr'schen Theorie, so finden wir leicht, dass die der Quantenzahl $n = 1$ entsprechende Bahn ausserordentlich einfach ist. Das quantentheoretische Problem, welches hier auftritt, wird gelöst durch Einführung der parabolischen Koordinaten ξ und η in einer durch die x-Achse gehenden Ebene, z. B. der Ebene xy, sowie des Drehungswinkels φ der Ebene als dritter Koordinate[1]. Die

[1] Vgl. P. S. Epstein: Ann. d. Phys. 50, 489 (1916); K. Schwarzschild: Berl. Sitzungsber. 1916, S. 548; A. Sommerfeld: Atombau und Spektrallinien, 2 Aufl., S. 435, 482 ff. u. 542. Vgl. auch Jacobi: Vorlesungen über Dynamik S. 122.

Achsen der Parabeln fallen mit der x-Achse zusammen, und die Gleichungen für die Parabeln ξ = konstant und η = konstant sind

$$\frac{y^2}{\xi^2} + 2x = \xi^2, \quad \frac{y^2}{\eta^2} - 2x = \eta^2.$$

Berechnet man die Impulskoordinaten p_φ, p_ξ, p_η, so findet man

$$p_\varphi = \text{konstant}, \quad p_\xi = \sqrt{f_1(\xi)}, \quad p_\eta = \sqrt{f_2(\eta)}$$

wobei f_1 und f_2 einfache rationale Funktionen darstellen. Die Quantenbedingungen lauten

$$\int\limits_{\leftrightarrow} p_\xi d\xi = n_1 h, \quad \int\limits_{\leftrightarrow} p_\eta d\eta = n_2 h, \quad \int\limits_0^{2\pi} p_\varphi d\varphi = n_3 h.$$

Da nach der Annahme $n_1 + n_2 + n_3 = n = 1$ und da ferner nach Bohr $n_3 \neq 0$ ist, so folgt

$$\int\limits_{\leftrightarrow} p_\xi d\xi = \int\limits_{\leftrightarrow} p_\eta d\eta = 0; \quad \int\limits_0^{2\pi} p_\varphi d\varphi = h.$$

Die der Quantenzahl $n = 1$ entsprechende Bahn ist also ein Kreis, der durch die Gleichungen $y^2 + z^2 = r^2$, x = konstant eindeutig bestimmt ist.

§ 2. O bezeichne den positiven Kern und P das Elektron. Den Vektor PO drücken wir durch $\mathbf{s}'$ aus, während $\mathbf{r}$ den senkrecht zur x-Achse stehenden Vektor von der Drehungsachse des Elektrons (der x-Achse) bis zu dem Punkt P bezeichnet. Das Moment des durch die Ladungen konstituierten Dipoles ist mithin $\mathbf{p}' = e\mathbf{s}'$. Das äussere elektrische Feld, dessen elektrische Feldstärke durch den Vektor $\mathbf{e}^a$ angegeben wird, führe langsame periodische Schwingungen aus, wodurch die Bahnelemente adiabatische Veränderungen erleiden [1]). Wir bilden das Integral

---

[1]) P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. *51*, 327 (1916). Vgl. auch J. M. Burgers, Ann. d. Phys. *52*, 195 (1917).

$$\int_0^{2\pi} \frac{\mathbf{s}'}{2\pi} d\varphi = \mathbf{s}$$

und nehmen $|\mathbf{s}| << |\mathbf{s}'| \sim |\mathbf{r}| \sim \varrho$ an, wo ϱ = dem Bahnradius für $\mathbf{e}^a = 0$. Die Bewegungsgleichung für den Punkt P erhält das Aussehen

$$m \frac{d^2\mathbf{s}'}{dt^2} = -\frac{e^2}{|\mathbf{s}'|^3}\mathbf{s}' + e\mathbf{F}^a, \tag{1}$$

wo $\mathbf{F}^a$ die elektromagnetische Kraft bezeichnet, die im Punkt P auf die Ladung 1 wirkt. Da

$$\mathbf{F}^a = \mathbf{e}^a + \frac{1}{c}[\mathbf{v}\mathbf{h}^a],$$

wo $\mathbf{h}^a$ den magnetischen Vektor des äusseren Feldes bezeichnet und $\mathbf{v}$ die Geschwindigkeit des Punktes ist, und da $|\mathbf{v}| << c$, können wir $\mathbf{F}^a = \mathbf{e}^a$ setzen. Substituieren wir weiter in dem Zähler der Gleichung (1) $\mathbf{s}' = \mathbf{s} - \mathbf{r}$, so erhalten wir unter gleichzeitiger Berücksichtigung von $|\mathbf{s}'| \sim |\mathbf{r}| \sim \varrho$

$$m \frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + \frac{e^2}{\varrho^3}\mathbf{s} - e\mathbf{e}^a = m \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{e^2}{\varrho^3}\mathbf{r}\,. \tag{2}$$

Infolge der Polarisation ist jedoch die auf das Elektron wirkende äussere Feldstärke $\mathbf{e}^a \neq \mathbf{E}$, wo $\mathbf{E}$ die äussere Feldstärke im Äther ist. Wir setzen mit Planck $\mathbf{e}^a = \mathbf{E} + \frac{4}{3}\pi\mathbf{P}$, wo $\mathbf{P}$ die Polarisation ist, und beachten, dass

$$\mathbf{P} = \frac{N'}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathbf{p}' d\varphi = e\frac{N'}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathbf{s}' d\varphi = N'e\mathbf{s},$$

wo N' die Zahl der Atome per cm^3 ist. Ferner bestehen zwischen der elektrischen Verschiebung $\mathbf{D}$, der Feldstärke $\mathbf{E}$, der Polarisation $\mathbf{P}$ und dem Brechungsexponenten μ bekannt-

lich die Gleichungen $\mathbf{D} = \mathbf{E}\mu^2$ und $4\pi\mathbf{P} = (\mu^2 - 1)\mathbf{E}$. Folglich erhalten wir

$$\mathbf{e}^a = \mathbf{E} + \frac{4\pi}{3}\mathbf{P} = 4\pi\left(\frac{1}{\mu^2 - 1} + \frac{1}{3}\right)\mathbf{P};\ \mathbf{e}^a = 4\pi N'e\left(\frac{1}{\mu^2 - 1} + \frac{1}{3}\right)\mathbf{s}$$

und schliesslich

$$\frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + \frac{e^2\mathbf{s}}{m\varrho^3} - \left\{\frac{4\pi N'e^2}{m}\left(\frac{1}{\mu^2 - 1} + \frac{1}{3}\right)\right\}\mathbf{s} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{e^2}{m\varrho^3}\mathbf{r} \tag{3}$$

Da diese Gleichung identisch für alle Werte von $\mathbf{r}$ und $\mathbf{s}$ gilt, sind also beide Glieder identisch $= 0$.

$$\frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + \frac{e^2\mathbf{s}}{m\varrho^3} = \frac{4\pi N'e^2}{3m} \cdot \left(\frac{\mu^2 + 2}{\mu^2 - 1}\right)\mathbf{s} \tag{4}$$

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{e^2\mathbf{r}}{m\varrho^3} = 0 \tag{5}$$

Es führe das äussere elektrische Feld eine rein periodische Schwingung mit der Frequenzzahl ν aus, woraus $\frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} = -\nu^2\mathbf{s}$ folgt. Die Gleichung (4) geht alsdann in die Formel

$$\frac{e^2}{m\varrho^3} - \nu^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi N'e^2}{m} \cdot \frac{\mu^2 + 2}{\mu^2 - 1}. \tag{6}$$

über. Bezeichnen wir mit $R = \frac{A}{d} \cdot \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}$ die Atomrefraktion, wo A das Atomgewicht und d die Dichte sind, so finden wir mithin

$$R = N \cdot \frac{4}{3}\pi\varrho^3 \cdot \frac{1}{1 - \frac{\nu^2 m\varrho^3}{e^2}}, \tag{7}$$

wo N die Zahl der Atome in einem Grammatom ist. Aus der Formel (5) folgt schliesslich, dass sich die Rotationsfrequenz ν_0 für das Elektron aus der Gleichung $\nu_0{}^2 = \frac{e^2}{m\varrho^3}$ bestimmt. Also ist

$$R = \frac{A}{d} \cdot \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} = N \cdot \frac{4}{3} \pi \varrho^3 \frac{1}{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2}. \tag{8}$$

Diese Gleichung geht für Licht von unendlicher Wellenlänge in die Formel (9)

$$R = N \cdot \frac{4}{3} \pi \varrho^3 = N \cdot V \tag{9}$$

über, in der V das Volumen der um das Zentrum konstruierten Kugel bezeichnet, auf deren Oberfläche sich das Elektron in einem grossen Kreis bewegt.

§ 3. Wir gehen über zu dem Fall: ein positiver Kern mit der Kernladung ae, der von a symmetrisch auf einen Kreis mit dem Radius ϱ verteilten Elektronen umgeben ist, welch letzterer um den Kern als Mittelpunkt konstruiert ist, und der eine senkrecht zur Feldrichtung liegende Ebene definiert. Ein gegebenes Elektron wird von den $(a—1)$ übrigen Elektronen repelliert. Die Grösse der auftretenden Repulsionskraft werde von der Funktion $\frac{f(a)}{\varrho^2} e^2$ angegeben, ihre Richtung stimmt mit der Richtung des Vektors $\mathbf{r}$ überein. Die effektive Kernladung Ze, die für die Feldstärke $\mathbf{e}^a = 0$ auftritt, nimmt alsdann den Wert $(a - f(a))\, e$ an. Wie leicht einzusehen ist, verwandelt sich die Gleichung (1) nunmehr in die Gleichung (1 a)

$$m \frac{d^2 \mathbf{s}'}{dt^2} = - \frac{ae^2}{|\mathbf{s}'|^3} \mathbf{s}' - \frac{f(a) \,.\, e^2}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} + e\mathbf{F}^a. \tag{1 a}$$

Die Gleichung (2) geht in die Formel

$$m \frac{d^2 \mathbf{s}}{dt^2} + \frac{ae^2}{\varrho^3} \mathbf{s} - e\mathbf{e}^a = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \frac{\{a - f(a)\} e^2}{\varrho^3} \mathbf{r} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \frac{Ze^2}{\varrho^3} \mathbf{r}, \tag{2 a}$$

und die Gleichung (3), weil jetzt $\mathbf{P} = N'ae\mathbf{s}$, in die Formel

$$\frac{d^2 \mathbf{s}}{dt^2} + \frac{ae^2}{m\varrho^3} \mathbf{s} - \left\{ \frac{4\pi N' ae^2}{m} \left(\frac{1}{\mu^2 - 1} + \frac{1}{3} \right) \right\} \mathbf{s} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \frac{Ze^2}{m\varrho^3} \mathbf{r} \tag{3 a}$$

über, woraus folgt

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + \dfrac{ae^2}{m\varrho^3}\mathbf{s} = \dfrac{4\pi N' ae^2}{3m} \cdot \dfrac{\mu^2+2}{\mu^2-1}\mathbf{s}, & \text{(4 a)} \\ \dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \dfrac{Ze^2}{m\varrho^3}\mathbf{r} = 0. & \text{(5 a)} \end{cases}$$

Die Bewegung des Elektronensystems in dem periodisch wechselnden elektrischen Feld kann also in zwei superponierte Schwingungen zerlegt werden: in eine Rotation in einer senkrecht zur Richtung der Kraftlinien gestellten Ebene und in eine lineare gezwungene Schwingung der gemäss (4 a) quasielastisch gebundenen Elektronenebene. Die Formel (7) erhält das Aussehen

$$R = \frac{A}{d} \cdot \frac{\mu^2-1}{\mu^2+2} = N \cdot \frac{4}{3}\pi\varrho^3 \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{\nu^2 m\varrho^3}{ae^2}} \qquad \text{(7 a)}$$

und da sich nach (5 a) die Rotationsfrequenz ν_0 durch die Gleichung $\nu_0{}^2 = \dfrac{Ze^2}{m\varrho^3}$ bestimmt, woraus $\dfrac{ae^2}{m\varrho^3} = \dfrac{a}{Z} \cdot \nu_0{}^2$ folgt, geht die Formel (8) mithin über in die Formel (8 a)

$$R = \frac{A}{d} \cdot \frac{\mu^2-1}{\mu^2+2} = N \cdot \frac{4}{3}\pi\varrho^3 \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{Z}{a} \cdot \dfrac{\nu^2}{\nu_0{}^2}} \cdot \qquad \text{(8 a)}$$

Die Formel (9) für Licht von unendlicher Wellenlänge bleibt also unverändert:

$$R = N \cdot \frac{4}{3}\pi\varrho^3 = NV. \qquad \text{(9 a)}$$

Das Letzterwähnte ist übrigens unabhängig von der Annahme, dass das Atom elektrisch neutral ist, was ohne Mühe ersichtlich ist.

§ 4. Wir berechnen jetzt die Atomrefraktion für den Fall, dass der Kern von einem Elektron umkreist wird, dessen

kreisförmige Bahn durch die Quantenzahl $n = n_0$ bestimmt ist, das sich aber in einem Potentialfeld bewegt, welches aus dem äusseren Feld und einem von dem Kern ausgehenden, als unbekannt betrachteten Potentialfeld zusammengesetzt ist. Dieser Fall ist von einem gewissen Interesse, weil der von einer grösseren oder kleineren Anzahl Elektronen umgebene Kern im allgemeinen ein Potentialfeld hervorruft, das einigermassen von einem reinen Coulomb'schen Feld abweicht.

Die Quantenbedingung lautet

$$2\pi p_{\varphi} = 2\pi m \varrho^2 \dot{\varphi} = n_0 h, \tag{10}$$

wo p_{φ} das azimutale Impulsmoment, ϱ der Radius und $\dot{\varphi}$ die Winkelgeschwindigkeit sind. Ferner ist die Beschleunigung gegen das Zentrum $= \varrho \cdot \dot{\varphi}^2$ und die Anziehungskraft mithin in einer stationären Bahn mit konstantem Radius $m\varrho\dot{\varphi}^2$. Setzen wir $\dot{\varphi}$ aus der Gleichung (10) ein, und bezeichnen wir mit ϱ_0 die der Quantenzahl n_0 entsprechende kreisförmige Bahn in einem reinen Coulomb'schen Feld, so wird also die Anziehungskraft auf den Kern zu durch den Vektor

$$\mathbf{K} = \frac{e^2}{|\mathbf{s}'|^3} \cdot \frac{\varrho_0}{\varrho} \mathbf{s}' \tag{11}$$

angegeben. Die Gleichungen in § 2 verändern sich alsdann folgendermassen: Die Gleichung (1) geht in die Formel

$$m\frac{d^2\mathbf{s}'}{dt^2} = -\frac{e^2}{|\mathbf{s}'|^3} \cdot \frac{\varrho_0}{\varrho} \mathbf{s}' + e\mathbf{F}^a \tag{1 b}$$

über, und für die Formel (2) tritt die Gleichung (2 b)

$$m\frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + \frac{e^2}{\varrho^4/\varrho_0}\mathbf{s} - e\mathbf{e}^a = m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \frac{e^2}{\varrho^4/\varrho_0}\mathbf{r} \tag{2 b}$$

ein, wobei alle folgenden Formeln unverändert bleiben, ausser dass ϱ^3 durch ϱ^4/ϱ_0 ersetzt wird. Die wichtige Gleichung (9) geht damit in die Formel (9 b) über:

$$R = \frac{\varrho}{\varrho_0} \cdot NV. \qquad (9\,b)$$

§ 5. Da es jedoch vom chemischen Gesichtspunkt, im Hinblick auf die Rolle, welche die äussersten Elektronen zweifelsohne bei der Molekülbildung spielen, als wahrscheinlich betrachtet werden muss, dass sich die zur äussersten Elektronenschicht gehörenden Elektronen nicht auf demselben Ring befinden, sondern dass im Gegenteil eine kompliziertere Raumkonfiguration auftritt, hat man Ursache, womöglich wenigstens in groben Zügen zu ermitteln zu suchen, ob und wie die Form und die Dimensionen der Elektronenbahnen die Geschwindigkeit des Lichtes in einem von solchen beweglichen Elektronengruppierungen erfüllten Medium beeinflussen. Wir dürfen annehmen, dass die Bahn eines gegebenen Elektrons durch die Grösse und Richtung der Geschwindigkeit des Elektrons in einem gegebenen Augenblick, durch die elektrischen und magnetischen Kräfte, die von den $(a-1)$ übrigen Elektronen ausgehen, und durch die auf den Kern gerichtete Kraft $\frac{ae^2}{|\mathbf{s}'|^2}$ bestimmt wird. Ist die äussere Feldstärke $\mathbf{e}^a = 0$, so nehmen wir $\mathbf{s}' = -\mathbf{r}$ an, wo $\mathbf{r}$ der Radius vom Schwerpunkt des betrachteten Elektronensystems bis zum Elektron ist. Denken wir uns das Atom in ein elektrisches Feld placiert, das im Verhältnis zu dem intraatomären Feld als ausserordentlich schwach angenommen wird, so erleiden die Elektronenbahnen gewisse Veränderungen, wodurch der Schwerpunkt des Elektronensystems, der ursprünglich mit dem Kern im Punkt O zusammenfällt, in der negativen Richtung der Kraftlinien nach dem Punkt O' verschoben wird. Das betrachtete Elektron wird von dem beweglichen Punkt P nach dem beweglichen Punkt P' verschoben. Die Grösse der Verschiebung OO' werde durch den Vektor $-\mathbf{s}$ angegeben. Die Anziehungskraft auf den Kern zu ist alsdann $\frac{ae^2}{|\mathbf{s}'|^3}\mathbf{s}'$ $= \frac{ae^2}{|\mathbf{s}'|^3}\mathbf{s} - \frac{ae^2}{|\mathbf{s}'|^3}\mathbf{r}'$, wo $\mathbf{r}'$ der Vektor $O'P'$ ist. Der Annahme gemäss ist ferner $|\mathbf{s}'| \backsim |\mathbf{r}'| \backsim |\mathbf{r}|$. Indem wir weiter $\mathbf{r}' \backsim \mathbf{r}$

annehmen, zerfällt der Vektor $\frac{ae^2}{|\mathbf{s}'|^3}\mathbf{s}'$ in die beiden Komponenten $-\frac{ae^2}{|\mathbf{r}|^3}\mathbf{r}$ und $\frac{ae^2}{|\mathbf{r}|^3}\mathbf{s}$, von denen der vorhergehende Vektor durch die elektrischen und magnetischen Kräfte des Elektronensystems sowie durch den Trägheitswiderstand des Elektrons aufgewogen wird, was in Übereinstimmung mit der Annahme $\mathbf{r}' \backsim \mathbf{r}$ besagt, dass die relativen Bahnen der Elektronen unverändert bleiben, während das Elektronensystem eine Parallelverschiebung ausführt, die durch den Vektor $-\mathbf{s}$ angegeben wird. Da die Periode der Bewegung der Elektronen im Verhältnis zu der Periode des äusseren Feldes ausserordentlich kurz ist, dürfen wir approximativ $e\mathbf{e}^a = ae^2 \cdot \lim_{t=\infty} \frac{\mathbf{s}}{t}\int_0^t \frac{dt}{r^3} = \frac{ae^2}{\bar{r}^3}\mathbf{s}$ setzen. Die Dielektrizitätskonstante ε wird alsdann durch die Gleichung

$$\frac{ae^2}{\bar{r}^3}\mathbf{s} = e\mathbf{e}^a = e\left(\mathbf{E} + \frac{4}{3}\pi\mathbf{P}\right) = 4\pi\mathbf{P}e\left(\frac{1}{\varepsilon - 1} + \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}\pi\frac{\mathbf{P}e}{R_\infty}\cdot\frac{A}{d}$$

bestimmt, in der $R_\infty = \frac{A}{d}\cdot\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} = \lim_{\lambda=\infty}\cdot\frac{A}{d}\cdot\frac{\mu^2-1}{\mu^2+2}$, aber $\mathbf{P} = N'ae\mathbf{s}$, also

$$R_\infty = N\cdot\frac{4}{3}\pi\bar{r}^3 = N\bar{V} \qquad (9\,\mathrm{c})$$

ist, wo $\bar{V}$ nunmehr durch die Gleichung

$$\bar{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi}{\lim_{t=\infty}\frac{1}{t}\int_0^t \frac{dt}{r^3}}$$

definiert ist. Vorausgesetzt, dass r nicht konstant ist und dass die Elektronen *gleichwertig* sind, ist die einfachste Annahme über ihren Bewegungszustand, die wir machen kön-

nen, die, dass sich alle a Elektronen in einem gegebenen Augenblick in demselben Abstand r vom Kern befinden, und zwar schwankt dieser Abstand r periodisch zwischen den beiden äussersten Werten $r_{\min}$ und $r_{\max}$, entsprechend den Volumina $V_{\min}$ und $V_{\max}$. Nach dem Obigen ist $V_{\min} < \overline{V} < V_{\max}$. Ferner sind die Parenthesen $\left\{\frac{V_{\max}}{V_{\min}} - 1\right\}$ und $\left\{\frac{V_{\max}}{\overline{V}} - 1\right\}$ positive Zahlen, die mit der zunehmenden Abweichung von den kreisförmigen Bahnen anwachsen und die nur auf der Form der Bahnen, aber nicht auf den absoluten Werten von $r_{\min}$ und $r_{\max}$ beruhen. Da weiter das in der kinetischen Theorie auftretende Volumen wohl in engem Zusammenhang mit dem hier definierten Maximalvolumen stehen muss [1]), darf man erwarten, dass am Anfang des periodischen Systems (*He*, *Ne*), wo die inneren Elektronensysteme der Atome einen sehr niedrigen Grad von Symmetrie aufweisen, wodurch die äusserste bezw. die äussersten Elektronenbahnen in recht hohem Grade von kreisförmigen Bahnen abweichen dürften, $V_{\text{kinet.}}$ bedeutend höher als $V_{\text{opt.}}$ ausfällt. Für Atome mit hoher Ordnungszahl kann hinwieder in Anbetracht dessen, dass auch die hier ausserordentlich zahlreichen inneren Elektronen merklich zur Polarisation beitragen können, das nach der Formel (9 c) berechnete optische Volumen *möglicherweise* höher ausfallen als das kinetische. Für das Verhältnis $(V_{\text{kinet.}}):(V_{\text{opt.}})$ erhält man bei den Edelgasen folgende Zahlen: [2])

Helium	Neon	Argon	Krypton	Xenon
1.9	1.7	0.8	0.7	0.6

welche eine gewisse Übereinstimmung mit den oben entwickelten theoretischen Betrachtungen zeigen.

---

[1]) Vgl. J. A. Wasastjerna: Aschan-Festschrift (Finska kemistsamf. medd. 1920) S. 141.

[2]) William C. Mc C. Lewis: A System of Physical Chemistry Vol. I, p. 12.

II.

Die Refraktionsäquivalente der Ionen.

§ 1. C. Cuthbertson[1]) hat nachgewiesen, dass in den Familien V (*N*), VI (*O*), VII (*F*) und VIII (*He*) des periodischen Systems die Atomrefraktionen der gasförmigen Elemente mit steigendem Atomgewicht nach demselben bestimmten Gesetz zunehmen. Numerieren wir die Horizontalreihen des periodischen Systems, angefangen mit 1 für die Wasserstoff-Helium-Reihe, so steigt die Atomrefraktion in der Weise an, dass, wenn in einer bestimmten Familie das Element in der zweiten Horizontalreihe als Einheit genommen wird (z. B. Neon), die Atomrefraktion für das Element in der dritten Reihe (hier Argon) 4 Einheiten, für das Element in der fünften Reihe (Krypton) 6 Einheiten und für das Element in der siebenten Reihe (Xenon) 10 Einheiten beträgt. Wie früher hervorgehoben worden ist, beruht diese Gesetzmässigkeit auf einer gesetzmässigen Veränderung der äussersten Elektronenbahnen der Atome, und diese Veränderung ist also, wie sich zeigt, unabhängig davon, in welcher Familie des periodischen Systems sich die betreffenden Atome befinden. Für die Ionen der einwertigen Alkalimetalle und für die zweiwertigen Erdalkalimetallionen, welche sich von den Edelgasen durch eine Vermehrung der Kernladung um 1 bezw. 2 Elementarquanten unterscheiden, dürfen wir mithin erwarten, dass dieselbe Gesetzmässigkeit des Atombaues bewahrt bleibt, wobei jedoch, da ja für die *Ionen* das äusserste Elektronensystem sozusagen das für die vorhergehende Horizontalreihe charakteristische System darstellt, die Zahlenserie im Verhältnis zur Nummer der Horizontalreihe um einen Schritt nach dem zunehmenden Atomgewicht hin verschoben sein muss [2]). Tritt andererseits diese Zahlenserie tatsächlich in der erwähnten Weise verschoben auf, so folgt daraus menschlich gesehen mit Bestimmtheit,

---

[1]) Vgl. auch St. Loria: Die Lichtbrechung in Gasen, Samml. Vieweg, Heft 4, S. 75.

[2]) Vgl. W. Kossel Ann. d. Phys. *49*, 229 (1916).

dass das Elektronensystem in den Alkalimetallatomen durch *ein* äusseres Elektron und das Elektronensystem in den Erdalkalimetallen durch *zwei* äussere Elektronen charakterisiert wird, während das innere System mit dem vollbesetzten Elektronensystem identisch ist, welches sich Schritt für Schritt im Verlauf der vorhergehenden Horizontalreihe gebildet hat.

§ 2. Ich habe früher [1]) auf Grund eingehender experimenteller Untersuchungen gezeigt, dass der Dissoziationsgrad sog. starker Elektrolyte die Molekularrefraktion nicht direkt beeinflusst, womit ich sagen will, dass der Übergang eines Elektrons von einer Bahn auf eine andere, den man sich im Zusammenhang mit der Ionenspaltung denken könnte, für starke Elektrolyte nicht zu konstatieren ist. Vielmehr kann man dartun, dass die (im allgemeinen kleinen) Veränderungen der Molekularrefraktion, die bei der Verdünnung auftreten, für starke Elektrolyte keine Folge eines Elektronenübergangs der ebenerwähnten Art sind, sondern mit Störungen von untergeordnetem Interesse zusammenhängen. In den Molekülen dieser starken Elektrolyte müssen also die Ionen fertig gebildet vorhanden sein. Dieses Resultat kann auf verschiedenerlei Weise gestützt werden, wobei ich mich jedoch hier nicht aufhalten will, sondern ich verweise nur auf die ebenzitierte Abhandlung. Dagegen können die Moleküle der schwachen Elektrolyte nicht auf diese Weise polarisiert sein. Man muss sich also die Sache schematisch so denken, dass ein Elektrolytenmolekül in zwei Modifikationen existieren kann, von denen die eine aus ungeladenen, die andere aus geladenen Atomen oder Atomgruppen besteht. Wenn ein Molekül in der letzteren Modifikation vorhanden ist, kann es sich in einem Medium mit hinreichend hoher Dielektrizitätskonstante in Ionen spalten. Zwischen diesen Modifikationen besteht ein Gleichgewichtszustand, der für ausgeprägt schwache Elektrolyte stark nach der einen, für typisch starke Elektrolyte stark nach der anderen Richtung verschoben ist. Ferner habe ich in der obenerwähnten Ar-

---

[1]) J. A. Wasastjerna, Acta Soc. Scient. Fennicæ, Tom. L, N:o 2 (1920).

beit gezeigt, dass das Refraktionsvermögen eines Atoms oder einer Atomgruppe, wenn sie Elektronen verlieren oder aufnehmen, eine erhebliche Veränderung erfährt, und speziell, dass das Refraktionsäquivalent des Wasserstoffions gleich Null gesetzt werden kann, was, da dem Wasserstoffion ja Elektronen fehlen, mit den theoretischen Betrachtungen im Teil I dieses Aufsatzes in vollem Einklang steht. Die Methode, die Refraktionsäquivalente der Metallionen zu bestimmen, ist damit gegeben. Von der Molekularrefraktion eines Salzes einer starken Säure wird die Molekularrefraktion der Säure subtrahiert. Der gefundene Rest stellt die Ionenrefraktion des Metalles dar. Die Molekularrefraktionen müssen in Lösungen bestimmt werden, die nicht zu stark verdünnt sein dürfen, weil bei stark verdünnten Lösungen bedeutende Störungen auftreten.

§ 3. Im Folgenden stütze ich mich auf eine von Dinkhauser[1]) veröffentlichte Zusammenstellung. Die angeführten Ziffern bezeichnen die Molekularrefraktionen, berechnet nach der Lorenz-Lorentz'schen Formel aus den Messungsresultaten für 1/1-normale wässrige Lösungen. Ich notiere zuerst die Werte $HCl = 8.45$, $HNO_3 = 10.43$, $H_2SO_4 = 13.42$. Weiter findet man

$$\left.\begin{aligned} Na\,Cl - HCl &= 0.74 \\ Na\,NO_3 - HNO_3 &= 0.76 \\ \tfrac{1}{2} Na_2\,SO_4 - \tfrac{1}{2} H_2\,SO_4 &= 0.71 \end{aligned}\right\} Na^{\cdot} = 0.74$$

$$\left.\begin{aligned} KCl - HCl &= 2.85 \\ KNO_3 - HNO_3 &= 2.80 \\ \tfrac{1}{2} K_2\,SO_4 - \tfrac{1}{2} H_2\,SO_4 &= 2.89 \end{aligned}\right\} K^{\cdot} = 2.85$$

Da also die Ionenrefraktion für $K^{\cdot}$ bestimmt ist, kann die Äquivalentrefraktion für $\frac{1}{2}SeO_4''$ bei dem Bekanntsein der Molekularrefraktion von $K_2\,SeO_4 = 2 \times 11.78$ einfach berechnet werden. Man findet mithin $\frac{1}{2}\,SeO_4'' = 8.93$. Dies ist von Bedeutung, weil $Rb^{\cdot}$ und $Cs^{\cdot}$ als Selenate bestimmt sind.

---

[1]) J. Dinkhauser, Wiener Sitzungsber. 114, 2 A, 1001 (1905), insbesondere Tab. VII b. S. 1064.

$$\left.\begin{array}{ll} Rb\,Cl - HCl & = 4.56 \\ \tfrac{1}{2}\,Rb_2\,Se\,O_4 - \tfrac{1}{2}\,H_2\,SeO_4 & = 4.26 \end{array}\right\} Rb^{\cdot} = 4.41$$

$$\left.\begin{array}{ll} Cs\,NO_3 - HNO_3 & = 7.65 \\ \tfrac{1}{2}\,Cs_2\,SeO_4 - \tfrac{1}{2}\,H_2\,SeO_4 & = 7.07 \end{array}\right\} Cs^{\cdot} = 7.36$$

Setzt man die für die Familie und die Gruppe charakteristische Einheit = 0.73, so findet man $Na^{\cdot} = 1.01$, $K^{\cdot} = 3.90$, $Rb^{\cdot} = 6.04$, $Cs^{\cdot} = 10.08$, eine Zahlenreihe, die mit erstaunlicher Präzision mit der erwarteten Reihe 1, 4, 6, 10 übereinstimmt. Für die Erdalkalimetalle gelten folgende Ziffern

Magnesium ist aus der Reihe weggelassen, weil die *Mg*-Salze hydrolysiert sind und daher für die Ionenrefraktionen unrichtige Werte geben.

$$\left.\begin{array}{ll} Ca\,Cl_2 - 2\,HCl & = 2.38 \\ Ca\,(NO_3)_2 - 2\,HNO_3 & = 1.60 \end{array}\right\} Ca^{\cdot\cdot} = 1.99$$

$$\left.\begin{array}{ll} Sr\,Cl_2 - 2\,HCl & = 3.22 \\ Sr\,(NO_3)_2 - 2\,HNO_3 & = 3.22 \end{array}\right\} Sr^{\cdot\cdot} = 3.22$$

$$\left.\begin{array}{ll} Ba\,Cl_2 - 2\,HCl & = 5.50 \\ Ba\,(NO_3)_2 - 2\,HNO_3 & = 4.98 \end{array}\right\} Ba^{\cdot\cdot} = 5.24$$

Setzt man die für die Familie und die Gruppe charakteristische Einheit = 0.52, so findet man $Ca^{\cdot\cdot} = 3.83$, $Sr^{\cdot\cdot} = 6.19$, $Ba^{\cdot\cdot} = 10.08$. Die erwartete Reihe 4, 6, 10 tritt also wieder auf. Die Präzision, womit sich die erhaltenen Zahlen in Cuthbertsons Regel einfügen, ist mehr als befriedigend, wenn man die Tatsache berücksichtigt, dass das Bestimmen der richtigen Ionenrefraktionen wegen der bald negativen, bald positiven Störungen, die in den Lösungen auftreten und die beim heutigen Stand der Wissenschaft nicht mathematisch in Betracht gezogen werden können, eine recht schwierige Aufgabe ist. Die erzielte Übereinstimmung, speziell für die erste Familie, zeigt deutlich, dass die angewandten Werte der Refraktionsäquivalente für die Anionen sehr annähernd

richtig sind, also auch, dass das Refraktionsäquivalent von Cl' 8.45 ist, nicht 8.25, wie ich in meiner obenzitierten Arbeit vermutet hatte.

Eines der Resultate, zu denen meine experimentellen Untersuchungen auf diesem Gebiet geführt haben, kann kurz folgendermassen ausgedrückt werden: Die scheinbare Atomrefraktion des Kaliums, aus der Molekularrefraktion gelöster organischer Kaliumsalze berechnet, konvergiert für alle untersuchten Salze mit zunehmender Konzentration gegen den Wert $K = 4.70$. Nach dem Obigen ist die tatsächliche Ionenrefraktion des Kaliums $= 2.85$, woraus folgt, dass *die Karboxylgruppe beim Übergang in die Ionenform ihre Refraktion um* $(4.70 - 2.85) = 1.85$ *erhöht, während die Refraktion des Säurerestes im übrigen unverändert bleibt.* Man hat Ursache, sich diese Erhöhung an den Hydroxylsauerstoff lokalisiert zu denken, weil sie für die Gruppe $-CO<^{O'}_{O'}$ doppelt so gross erscheint wie für die Gruppe $-CO.O'$. Ich berechne jetzt das Refraktionsäquivalent für die Hydroxylgruppe in KOH und $NaOH$ (nach der obenerwähnten Tabelle von Dinkhauser)

$$\left.\begin{array}{l}(Na^{\cdot} + OH') - Na^{\cdot} = 5.40-0.74 = 4.66 \\ (K^{\cdot} + OH') - K^{\cdot} = 7.56-2.85 = 4.71\end{array}\right\} OH' = 4.68$$

Die Refraktion der ungeladenen Hydroxylgruppe würde nach Eisenlohr 2.63 sein. Das hinzugekommene Elektron hat also eine Erhöhung um 2.05 Einheiten im Gefolge, die sich verhältnismässig unerheblich von der Erhöhung der Karboxylgruppe um 1.85 unterscheidet. Die gewonnene Auffassung wird also auch in diesem Punkt bestätigt.

§ 4. Nach den früheren Ausführungen hat man Ursache zu der Annahme, dass sich die Elektronenbahnen bei einer Verschiebung wie $Cl' - A - K^{\cdot} - Ca^{\cdot\cdot}$ infolge der erhöhten Anziehungskraft nach dem Zentrum zu dem Kern nähern, während der Bau des Elektronensystems im Prinzip unverändert bleibt. Die Verschiebung des Refraktionsäquivalents gibt also ein Bild von der fortschreitenden Zusammenziehung

der Bahnen, und die Kurve, auf der sich die betreffenden Refraktionsäquivalente, graphisch mit der Ordnungszahl als Abszisse dargestellt, befinden, muss mithin den Charakter einer monoton sinkenden stetigen Funktion mit positiver zweiter Ableitung haben. In der Tat erhält man die Zahlenreihe 8.45—4.23—2.85—2.0. Diese Zahlenreihe stellt für die Zukunft ein Faktum von einem gewissen Interesse für die Atomforschung dar, weil eine richtige und exakte Theorie des Atombaues wahrscheinlich unmittelbar eine Erklärung derselben geben kann.

Zusammenfassung.

A. Da die früher von mir teils experimentell, teils theoretisch gewonnenen Resultate in engstem Zusammenhang mit den Fragen stehen, die hier behandelt worden sind, erlaube ich mir unten auf Deutsch die Zusammenfassung zu rekapitulieren, mit der ich meine Abhandlung (Acta Soc. Scient. Fenn. Tom. L. N:o 2, 1920) abgeschlossen hatte.

1) Die Zahl der Valenzelektronen der verschiedenen Atome ist direkt aus Eisenlohrs Konstanten der Atomrefraktionen berechnet worden. Die Ergebnisse stimmen mit Drudes Valenztheorie überein.

2) Der Lorentz-Planck'schen Dispersionsformel ist eine neue Interpretation gegeben worden, wodurch eine Arbeitshypothese gewonnen ist, nach der unter anderm der selektive photoelektrische Effekt berechnet werden kann.

3) Nach dieser Arbeitshypothese kann ferner in gewissen einfachen Fällen die Veränderung berechnet werden, welche das Refraktionsvermögen und das Dispersionsvermögen erleiden, wenn ein Atom in die Ionenform übergeht.

4) Experimentell ist nachgewiesen worden, dass der Temperaturkoeffizient der Molekularrefraktion für gelöste Salze nach der Newton-Laplace'schen Formel stets negativ, nach der Formel von Gladstone und Dale

abwechselnd negativ und positiv, oder im Mittel gleich Null, und nach der Lorenz-Lorentz'schen Formel durchgehends positiv ist,

5) dass auch Biots und Aragos Gesetz von der Additivität des spezifischen Refraktionsvermögens bei Mischungen, auf Salzlösungen angewandt, im allgemeinen am genauesten von Gladstones und Dales Formel erfüllt wird, und

6) dass die scheinbare Atomrefraktion des Kaliums, nach der Lorenz-Lorentz'schen Formel berechnet, mit wachsender Konzentration der untersuchten Lösungen gegen den Wert 4.70 (*Na*-Licht) konvergiert, während die scheinbare Dispersion $(H_\beta - H_\alpha)$ den Wert 0.11 hat.

7) Aus den Resultaten geht also hervor, dass bei der Bestimmung der Molekularrefraktion gelöster Salze möglichst stark konzentrierte Lösungen untersucht und womöglich die Molekularrefraktion für die Konzentration 100 % durch Extrapolation berechnet werden muss.

8) Die optischen Eigenschaften der Salzlösungen können einfach durch die blosse Annahme erklärt werden, dass die Ionen fertig gebildet in den Molekülen der starken Elektrolyte vorhanden sind, während die Moleküle der schwachen Elektrolyte nicht in der angedeuteten Weise polarisiert sein können.

B. Aus der vorliegenden theoretischen Untersuchung geht hervor,

1) dass die bekannte Cuthbertson'sche Regel von der Abhängigkeit des Refraktionsäquivalents von der Stellung des Atoms in dem periodischen System mutatis mutandis auch auf die Refraktionsäquivalente der einwertigen bezw. zweiwertigen Ionen der Alkalimetalle und Erdalkalimetalle ausgedehnt werden kann. Daraus folgt,

2) dass die äusserste Elektronenschicht eines Alkalimetallatoms nur *ein* Elektron enthält, das bereits bei der Salzbildung zu dem dadurch negativ gewordenen Säurerest übergegangen ist, während die Erdalkalimetalle eine äusserste Elektronenschicht mit *zwei* Elektronen besitzen, welche bei

der Salzbildung zu dem negativen Atom oder der negativen Atomgruppe übergehen. Die nächstfolgende Elektronenschicht in den Atomen der Alkalimetalle sowohl als der Erdalkalimetalle ist prinzipiell identisch mit dem in der vorhergehenden Horizontalreihe gebildeten äussersten System, welches sich nur infolge der gesteigerten Anziehungskraft auf das Zentrum zu dem Kern genähert hat. Diese Resultate sind der Hauptsache nach von den theoretischen Ausführungen im Teil I dieses Aufsatzes unabhängig.

3) Die Refraktionsäquivalente einzelner positiven und negativen Ionen haben folgende Werte (L o r e n z - L o r e n t z'sche Formel, *Na*-Licht):

$H^{\cdot} = 0.00$		
$Na^{\cdot} = 0.74$	$Ca^{\cdot\cdot} = 2.0$	$Cl' = 8.45$
$K^{\cdot} = 2.85$	$Sr^{\cdot\cdot} = 3.2$	$NO'_3 = 10.43$
$Rb^{\cdot} = 4.41$	$Ba^{\cdot\cdot} = 5.2$	$SO_4'' = 13.42$
$Cs^{\cdot} = 7.36$		

$$(HO') = (HO—) + 2.05$$
$$(—CO.O') = (—CO.O—) + 1.85$$

Die mit der Aufnahme der negativen Ladung verbundene Veränderung des Refraktionsvermögens eines organischen Karbonsäurerests beschränkt sich auf die oben angegebene Erhöhung des Refraktionsäquivalents der Karboxylgruppe.

Översikt av Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar.
Bd. LXIII. 1920—1921. Avd. A. N:o 5.

Experimentelle Beiträge zur Entwicklung des Bombinator-Herzens.

Von

Gunnar Ekman.

Mit 27 Textfiguren und 1 Tafel.

Inhalt.

I. Einleitung.

Es ist bekanntlich schon längst festgestellt, dass das Wirbeltier-Herz erhebliche Eingriffe ertragen kann, ohne dass das »Leben» dabei gefährdet wird. Besonders die Physiologen haben es verstanden, das Herz als Objekt bei verschiedenen Experimenten zu benutzen (vgl. Tigerstedt). Dabei stellt sich u. a. heraus, dass das Herz noch vom Körper

losgetrennt schlägt, ja dass sogar seine Teile autonome Bewegung zeigen.

Die Frage, wie nun die autonome Bewegung in dem embryonalen Herzen zustande kommt, ist zweifelsohne von hohem Interesse. Auf experimentellem Wege hat man darüber schon manches in Erfahrung gebracht. Burrows (1911) u. a. ist es gelungen, embryonale Hühnerherzen in Deckglaskulturen zu züchten, wobei regelmässige Pulsation bis 3 Tage beobachtet wurde. Braus gelang es wiederum (1911), ganz junge Anurenherzen ausserhalb des Körpers lebendig zu halten. Diese pulsierten nicht nur mehrere Tage (bis 10) regelmässig, sondern wuchsen auch längere Zeit weiter. Es interessiert uns hierbei besonders die viel diskutierte Frage, ob die erste Herztätigkeit vom Nervensystem abhängig ist oder nicht. Schon 1885 beobachtete Fano Pulsation bei Hühnerherzen, die noch keine Nerven besassen. Hooker (1910) zeigte, dass bei Anurenembryonen, bei denen die Medullarplatte, also die gesamte Anlage des Nervensystems, entfernt war, dennoch ein pulsierendes Herz entstand. Auch die von Braus gezüchteten Amphibienherzen waren nervenlos.

Dass die Herzanlage, morphologisch betrachtet, ein sehr plastisches Material ist, ergibt sich schon aus den zahlreichen Herzmissbildungen, die besonders von den Pathologen näher untersucht worden sind (vgl. Herxheimer). Sogar sehr defekte Herzen mit fehlenden Scheidewänden u. s. w. können längere Zeit lebensfähig sein. Auch durch experimentelle Eingriffe ist es gelungen, die Herzentwicklung morphologisch zu beeinflussen. Born (1896) gelang es bei künstlich erzeugten Rana esculenta-Paarlingen, aus zwei Anlagen ein gemeinsames Herz zu erziehen. Schliesslich konnte Gräper (1907) dartun, dass man beim Hühnerembryo zwei Herzen erzeugt, wenn die Wurzeln der Venae omphalomesentericae auseinandergehalten werden. Diese Entdeckung zeigt uns, dass *ein* Herz für das Individuum gar kein unbedingtes Charakteristikum ist. Kennt man doch sogar einen Fall (Verocay, 1905), wo bei einem erwachsenen Huhn nicht weniger als 7 Herzen vorhanden waren.

Kann einerseits das Herz längere Zeit ausserhalb des Körpers leben, so kommt andererseits auch der embryonale Körper ziemlich lange ohne Herz und Blut zurecht. Schon Vulpian (1858) und besonders Born (1896) zeigten, dass sich herzlose Stücke von Amphibien-Embryonen einige Zeit entwickeln. J. Loeb (93) züchtete Fundulus-Embryonen, bei welchen die Herztätigkeit durch Einwirkung von Kaliumchlorid verhindert war. Trotzdem lebten diese Tiere einige Zeit ohne Circulation. Stockard hat (06) ähnliche Befunde gemacht, und später (15) noch festgestellt, dass ein pulsierendes Herz auch entsteht, wenn die Blutbildung durch chemische Faktoren gänzlich unterdrückt wird. Knower fand (1907), dass junge Rana-Embryonen, bei welchen das Herz entfernt war und folglich die Blutcirculation fehlte, dennoch bis 14 Tage nach der Operation am Leben blieben und weiter wuchsen. Jüngst (18) hat Clark die Versuche von Knower nachgemacht und ebenfalls gefunden, dass bei herzlosen Rana pipiens-Embryonen, die bis 12 Tage lebten, die Blutgefässe sich beträchtlich differenzierten. Auch bei Hühner-Embryonen beobachtete Chapman (18) bis 8 Tage Entwicklung der grösseren Blutgefässe, wenn das Herz entfernt wurde, bevor die Pulsation begann.

Folgende kurze Mitteilung über die Entwicklungsmechanik des Bombinator-Herzens entstammt Untersuchungen, die im Sommer 1920 im anatomischen Institut zu Heidelberg gemacht wurden. Die Bearbeitung des Materials erfolgte später im zoologischen Institut zu Helsingfors. Eigentlich wurde ich durch einen Zufall auf diese Frage aufmerksam. Dann aber zeigte es sich, dass hier viel mehr zu tun war, als ich a priori für möglich gehalten hatte. Leider begann ich diese Untersuchungen so spät (Juli), dass ich sie wegen Mangel an Zeit und Material nicht endgültig abschliessen konnte. Weitere Experimente stehen noch bevor.

Herrn Professor H. Braus spreche ich für die ausserordentlich freundliche Aufnahme in seinem Heidelberger

Institut und für wertvolle Ratschläge meinen herzlichsten Dank aus.

II. Bemerkungen über die normale Herzentwicklung.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, wie man durch verschiedene operative Eingriffe die Entwicklung des Herzens bei Bombinator pachypus beeinflussen kann. Um aber die Entwicklungsvorgänge bei den operierten Tieren besser zu verstehen, ist es nötig, hier erst die normale Differenzierung mit einigen Worten zu berühren. Etwas auf diesem viel untersuchten Gebiet Neues kann ich hier nicht darbieten. In den Lehr- und Handbüchern der Entwicklungsgeschichte ist die normale Herzentwicklung bei den Amphibien von berufenen Forschern eingehend dargestellt worden. Ich verweise hier nur auf die Arbeit von Mollier (1906) in O. Hertwigs Handbuch der Entwicklungsgeschichte und auf die Untersuchungen von Brachet (1903).

Um aber einen eigenen Begriff von der Frage zu bekommen, habe ich immerhin eine ganze Menge Schnittserien von verschiedenen Stadien bei Bombinator durchgemustert und gebe hier einige Abbildungen von diesen.

Ich unterscheide folgende Stadien, bei denen die operativen Eingriffe gemacht wurden:

Stadium I. Medullarplatte deutlich, aber noch offen.
» II. Medullarrohr geschlossen, 1—6 Ursegmente, keine Schwanzknospe.
» III. 6—12 Ursegmente, kleine Schwanzknospe, beginnende Muskelbewegung des Körpers.
» IV. 12—20 Ursegmente, kleine Kiemenwülste, lebhafte Bewegung.
» V. Kleine Kiemenstummel mit eben sichtbarer Circulation.

Im I. Stadium ist von der Herzanlage noch sehr wenig zu sehen. Fig. 1 zeigt uns einen Querschnitt durch die Herzregion eines solchen Embryos. Die beiderseitigen Meso-

dermschichten, die einen Teil der Herzanlage darstellen, sind hier noch in der ventralen Mittellinie getrennt, weiter caudal aber schon vereinigt. Zwischen ihnen liegt ein Haufen lockerer, mesenchymatischer Zellen, die von den Autoren als Herzendothelanlage bezeichnet werden. Über den Ursprung dieser Zellen wage ich nur auf Grund meiner Präparate nichts Bestimmtes zu sagen. Die beiden Mesodermfalten sind noch solid; die Höhlung in ihnen, die Anlage der Pericardialhöhle, entsteht etwas später. Fig. 2 stellt einen Querschnitt durch die Herzanlage im III. Stadium dar. Auch hier liegen die Mesodermfalten noch getrennt, besitzen aber schon eine deutliche Höhlung. Die Endothelanlage ist sehr deutlich als mesenchymatisches Gewebe sichtbar. In Fig. 3 sehen wir einen

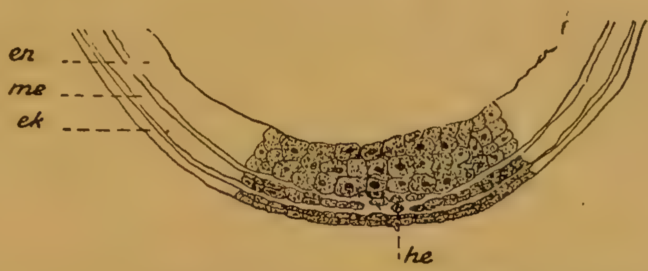


Fig. 1. Querschnitt durch die Herzregion eines Bombinator-Embryos mit offener Medullarplatte (Stad. I). *ek* Ektoderm, *en* Entoderm, *he* Herzendothelanlage, *me* Mesoderm.

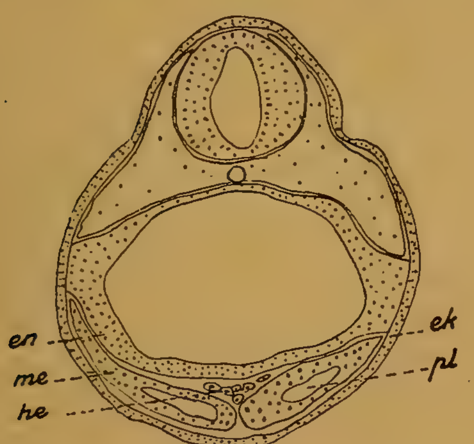


Fig. 2. Querschnitt durch die Herzregion eines Bombinator-Embryos mit 12. Urwirbeln (Stad. III). *ph* Pericardialhöhlenanlage; Bezeichnungen sonst wie oben.

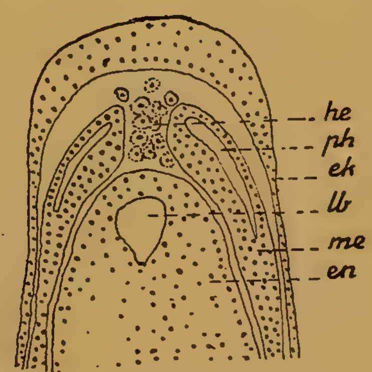


Fig. 3. Horizontaler Längsschnitt durch die Herzregion eines Bombinator-Embryos mit 9 Urwirbeln (Stad. III). *lb* Leberbucht; Bezeichnungen sonst wie oben.

Horizontalschnitt durch die Herzanlage eines Embryos mit 9 Urwirbeln. Auch hier sind die beiderseitigen Mesodermfalten und die Endothelzellen sehr deutlich. Schliesslich

zeigt uns Fig. 4 auf einem vertikalen Längsschnitt die frühe Herzanlage und die Beziehungen der drei Keimblätter zueinander in der Herzregion.



Fig. 4. Vertikaler Längsschnitt etwas lateral von der Mittellinie durch die Herzregion eines Bombinator-Embryos mit 6 Urwirbeln (Stad. II). *mh* Mundhöhle; Bezeichnungen sonst wie oben.

Etwa im IV. Stadium erfolgt dann die vollständige Verschmelzung der beiden Mesodermfalten. Die anfangs mesenchymatische Endothelanlage wandelt sich allmählich zu einem epithelialen Rohr um. Das Mesoderm liefert den myoepicardialen Mantel und das Pericard. Es entsteht vorübergehend ein ventrales und dorsales Mesocard. Von diesen verschwindet das ventrale sehr bald, das dorsale besteht dagegen etwas länger, Fig. 5. Das rohrförmige Herz entsteht also aus medianen Endothelzellen und paarigen Pericardialanlagen. Nach meinen Beobachtungen erfolgt die Verschmelzung der beiden Mesodermfalten allmählich von caudal nach oral. Am caudalen Teil des Herzrohres ist schon das dorsale Mesocard verschwunden, während es am oralen noch nicht gebildet ist, indem hier die Mesodermfallen noch auseinanderliegen.



Fig. 5. Querschnitt durch einen Embryo von Bombinator mit etwa 20 Urwirbeln. *dmc* dorsales Mesocard, *mm* myopericardialer Mantel, *pe* Pericard; Bezeichnungen sonst wie oben.

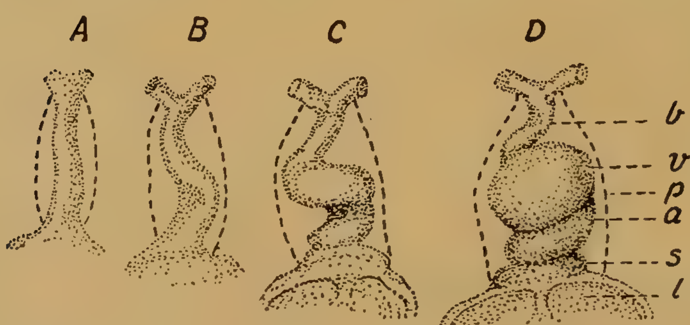


Fig. 6. Verschiedene Stadien der Entwicklung des Herzschlauches bei Bombinator. *a* Atrium, *b* Bulbus, *l* Leber, *p* Pericardium, *s* Sinus, *v* Ventriculus.

Im V. Stadium lässt sich das Herz als ein beinahe gerades Rohr schon unter dem binokularen Mikroskop sehen, Fig. 6 a. Die

rhythmische Bewegung beginnt eben jetzt einzusetzen. Ich gebe hier noch einige Abbildungen von der Krümmung und Entwicklung des Herzrohres. Fig. 6 c entspricht etwa dem Stadium, wo die Kiemencirculation schon sichtbar wird. Das Herzrohr gliedert sich bald in vier deutliche Abschnitte, Sinus, Atrium, Ventriculus und Bulbus, Fig. 6 d.

III. Regeneration der Herzanlage.

Ich beginne hier zuerst mit einigen Versuchen über die Regeneration der Herzanlage. Bei 10 Bombinator-Embryonen, die teils im I., teils im II. Stadium waren, wurde die ganze normale Herzanlage mit umliegenden Geweben wegoperiert. Das entfernte Stück war etwas kleiner als dasjenige in Fig. 18, aber jedenfalls erheblich gross. Die Operationswunde, die sich bis in die Urdarmhöhle erstreckte, schloss sich ziemlich bald. Bei 9 von den 10 operierten Tieren trat mit der Zeit eine normale Herztätigkeit und Circulation ein. Dies zeigt uns also, dass hier eine wirkliche Neubildung der Herzanlage stattgefunden hat. Es muss das Herz hier aus Zellen entstehen, die normalerweise nicht zu der Herzanlage gehören. Wird das Zusammenwachsen der Operationswunde künstlich verhindert, dann entstehen Doppelherzen (vergl. Kapitel VI).

Bei 8 Tieren mit schon rohrförmigem Herzen, aber noch ohne Pulsation (Stadium IV), wurde der Herzschlauch mit der Glasnadel einfach durchgeschnitten (vergl. auch Fig. 7). Bei 6 Ex. trat binnen 2 bis 3 Tagen Circulation ein, ein Beweis dafür, dass das Herz nach der Durchschneidung wieder vollständig geheilt war. Wurde das Herz dagegen nach Einsetzen der Pulsation durchgeschnitten, so erfolgte keine Reparation mehr.

Es zeigt sich also, wenn man verschiedene Stadien miteinander vergleicht, dass das Regenerationsvermögen der Herzanlage mit der Zeit aufhört. Wird schliesslich ein Stück von dem schon schlauchförmigen Herzen entfernt, so entsteht nur ein defektes Herz, und die Blutcirculation bleibt aus.

IV. Entwicklung von Fragmenten der Herzanlage.

Schon 1858 hat Vulpian gefunden, dass Schwanzstücke von Froschlarven längere Zeit ohne Circulation leben. Born (96) beobachtete ebenfalls bei seinen Amphibienkompositionen Entwicklung in herz- und circulationslosen Stücken. Schliesslich zeigte Knower 1907, dass Rana-Embryonen, bei welchen das Herz noch als einfacher Schlauch wegoperiert ist, bis 14 Tage ohne Circulation leben können. Die Entwicklung dieser Tiere war in den 4 bis 5 ersten Tagen ziemlich normal, dann aber traten erhebliche Störungen ein, und die Versuchstiere starben meistens an einer ödemartigen Krankheit. Zurückgelassene Fragmente von der Herzanlage entwickelten sich weiter und zeigten rhythmische Bewegung. Eine Regeneration der Herzteile war nicht zu sehen.

Clark machte (18) ähnliche Untersuchungen und fand eine beträchtliche Entwicklung der Blutgefässe bei herzlosen Rana pipiens-Embryonen.

Ich habe, ohne damals noch die Arbeiten von Knower und Clark zu kennen, bei einer grösseren Anzahl von Bombinator-Embryonen das Herz sehr früh entfernt und machte dabei ähnliche Beobachtungen wie diese Forscher. Besonders aber hatte ich meine Aufmerksamkeit auf die bei der Operation übriggebliebenen Fragmente der Herzanlage und ihre weitere Entwicklung gerichtet.



Fig. 7. Bombinator-Larve mit kleinen Kiemenanlagen. Das schlauchförmige Herz ist blossgelegt. Die zwei dicken Linien zeigen die Durchschneidungsstellen des Herzschlauches bei der Operation.

In 27 Fällen habe ich das schlauchförmige Herz kurz vor oder nach dem Beginn der Pulsation (Stadium IV u. V) weggeschnitten wie in Fig. 7. Die Operation ist so gemacht, dass mit einem feinen Messer eine Längswunde in der Herzgegend geschnitten und dann der Herzschlauch mit der Glasnadel herausgehoben und an zwei Stellen durchgetrennt wurde. Die Hautwunde schloss sich sehr schnell, nach 24 St. war äusserlich nichts mehr von der Operation zu

sehen. Sogar mehrere Male mit Intervallen von ein oder zwei Tagen konnte dann das Herz beim selben Tier ohne Schaden durch Eröffnen des Herzbeutels neu blossgelegt werden.

Es lässt sich natürlich der Herzschlauch nicht jedesmal ganz gleich entfernen, sondern es bleiben oral und aboral verschieden lange Teile übrig. Jenachdem entwickeln sich dann orale und aborale Teile der Herzanlage weiter und fangen an zu pulsieren. Die anfangs offene Wunde des Herzschlauches vernarbt sich.

In allen meinen 27 Fällen unterblieb die Kiemenentwicklung und die Blutcirculation, Tafel 1, A. Dagegen schlugen die vorderen Lymphherzen regelmässig. Knower und Clark bemerken, dass bei solchen circulationslosen Tieren die Tätigkeit der Lymphherzen reger als normal ist. Die in der Weise »herzlos» gemachten Tiere lebten sogar bis 9 Tage (bei etwa + 25 C°) nach der Operation; einige wurden schon früher fixiert. Bei mehreren habe ich den Herzbeutel am betäubten Tier geöffnet, um die Bewegungen der Herzfragmente näher zu verfolgen.

Die operierten Tiere unterschieden sich in den ersten Tagen kaum von normalen, wurden aber später in ihren Bewegungen sehr träg und lagen meist still. Wurden sie aber durch Berühren beunruhigt, so schwammen sie eine Weile ebenso lebhaft und geschickt wie normale Tiere. Ödemartige Krankheit, wie Knower sie bei seinen Tieren beobachtete, kam bei den meinigen nicht vor. Mit der Zeit stellte sich jedoch s. g. Wasserzucht ein, die Tiere schwollen auf, wahrscheinlich eine Folge von gestörter Nierentätigkeit. Folgende Fälle seien hier als Beispiele näher beschrieben.

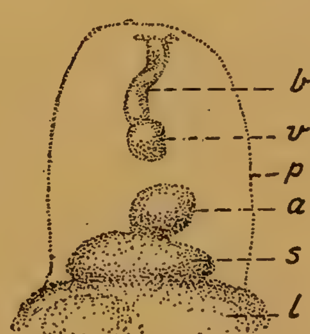


Fig. 8. Versuchstier N:o 186 D, 20. Geöffneter Herzbeutel einer Bombinator-Larve 5 Tage nach Entfernung des Mittelteiles des Herzschlauches. Bezeichnungen wie oben.

Versuchstier N:o 186 D. Bei einem Embryo mit kleinen Kiemenanlagen und bereits pulsierendem Herzen wurde der mittlere Teil des Herzschlauches weggeschnitten. Die Entwicklung der Kiemen und der Blutcirculation blieb aus. Die vorderen Lymphherzen schlugen. Am 5. Tage

wurde das Tier betäubt und der Herzbeutel geöffnet, Fig. 8. Vom Herzschlauch ist der orale und aborale Teil übriggeblieben und hat sich normalerweise entwickelt. Der Bulbus hat die gewöhnliche Krümmung, und an ihm hängt ein Rest vom Ventriculus. Der Sinus ist ganz intakt und steht mit einem Atriumfragment in Verbindung. Es ist natürlich klar, dass durch ein solches Herz keine Circulation stattfinden kann. Trotzdem schlugen hier die Herzfragmente die ganze Zeit, und zwar in verschiedenem Tempo. Ich konnte beim geöffneten Herzbeutel längere Zeit etwa doppelt so viele Schläge im Sinus-Atrium als im Bulbus-Ventriculus zählen.

Versuchstier N:o 182 C. Bei einem Tier mit beginnender Circulation wurde der mittlere Teil des Herzschlauches entfernt. Kiemenentwicklung und Circulation unterblieben, sonst normale Entfaltung. Am 5. Tage wurde der Herzbeutel geöffnet, Fig. 9. Der Bulbus ist grösstenteils erhalten, Sinus und Atrium sind normal, vom Ventriculus ist nur ein kleiner Rest in Verbindung mit dem Atrium übriggeblieben. Alle diese Herzteile schlugen, und ich konnte sie während 7 Stunden näher verfolgen. Der Bulbus zeigte eine unregelmässige Bewegung, es folgten erst nacheinander einige Schläge, und dann eine Pause. Diese war verschieden lang, 20″—60″. Der Sinus-Atrium-Ventriculus-Teil schlug dagegen regelmässig. Sogar das ganz kleine Ventrikelfragment zeigte eigene Bewegung.

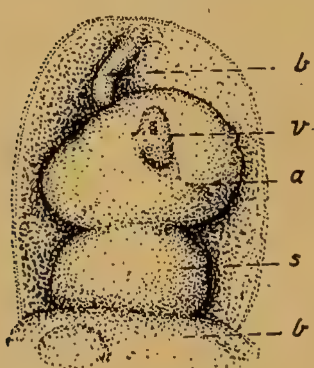


Fig. 9. Versuchstier N:o 182 C, 20. Geöffneter Herzbeutel einer Bombinator-Larve 5 Tage nach Entfernung des Mittelteiles des Herzschlauches. Bezeichnungen wie oben.

Auch alle übrigen (etwa 10) von mir beobachteteten lebendigen Herzfragmente zeigten ungefähr denselben Bau und dieselben Bewegungen wie die zwei hier oben erwähnten Fälle. Bei einigen operierten Tieren war von dem oralen, bei anderen von dem aboralen Teil des Herzens mehr übriggeblieben. In mehreren Fällen schlugen Sinus und Bulbus in verschiedenem Tempo.

Wie schon erwähnt, berichtet Knower (S. 162), dass

bei seinen herzlosen Tieren die Entwicklung bis 5 Tage normal war, dann aber stellten sich schwere Störungen ein. Der Darm und seine Anhangsorgane traten in ihrer Differenzierung weit zurück. Auch das Gehirn und vor allem das Auge und die Linse wurden zurückgestellt.

Bei meinen Tieren habe ich etwa dasselbe wie Knower beobachtet. Eine 5 Tage nach der Operation fixierte Larve (Versuchstier N:o 171 A) zeigt auf Schnittserien, mit Ausnahme der Kiemen, noch eine vollkommen normale Entwicklung. Auch Blutgefässe sind vorhanden, und zwischen Mesenterium und Darm liegen reichlich Blutkörperchen. Bei einer 9 Tage nach der Operation fixierten Larve (Versuchstier N:o 186 E) ist dagegen der Darmkanal stark eingeschrumpft und das Nierenepithel geschwollen. In der Bauchwand sind noch reichlich Blutkörperchen vorhanden. Die Augen sind insofern abnorm, als die Linse die ganze Augenhöhle ausfüllt.

Wenn das Herz bei Tieren (mehrere Fälle), die schon grosse äussere Kiemen hatten, wegoperiert wurde, atrophierten diese sehr bald wegen Funktionsmangel (vgl. Ekman, 1913). Das Vermögen, ohne Blutcirculation zu leben, hörte ebenfalls bei älteren Larven allmählich auf. Aber noch Tiere, die schon ein fertiges Spiraculum besassen, lebten bis 2 Tage nach Wegnahme des Herzens.

V. Verwachsung zweier Herzanlagen.

In seinen klassischen Untersuchungen über Verwachsungsversuche mit Amphibien-Embryonen berichtet Born (S. 430, Fig. 13 u. 55) über einen Fall, bei welchem er bei s. g. Ventralpaarlingen ein aus zwei Anlagen entwickeltes Herz fand: S. 432. »Das so aus zwei dorsalen Hälften entstandene einfache Herzrohr hat sich dann in typischer Weise in Vorhofssack, Ventrikelschlinge und Arterienbulbus gegliedert. In seinen Biegungen ist dasselbe aber so gestaltet, als gehöre es allein zu dem Komponenten B.» Über die Bewegungen dieses Herzens macht Born keine näheren Angaben, da es erst an Schnittserien untersucht wurde.

Als ich 1917 (im biologischen Laboratorium zu Hilleröd

in Dänemark) gelegentlich ventrale Paarlinge von Rana esculenta machte, bemerkte ich schon an lebenden Tieren, dass einige von diesen ein gemeinsames Herz besassen. Die histologische Untersuchung bestätigte diese Beobachtung. 1920 in Heidelberg habe ich dann bei mehreren Paarlingen von Bombinator verwachsene Herzen gefunden und war dabei besonders bemüht, die Bewegung derselben näher zu verfolgen. Die Paarlinge wurden so gemacht, dass von den betreffenden Tieren nur das Ektoderm der Brustgegend entfernt wurde. Am Boden einer mit Wachs ausgegossenen Operationsschale wurde eine der Form der frisch verwachsenen Paarlinge entsprechende Vertiefung gemacht und die beiden Tiere Brust gegen Brust in diese gelegt. Die Ränder dieser Vertiefung wurden dann mit einem Glasstab vorsichtig näher aneinandergepresst, wobei auch die Versuchstiere Wunde gegen Wunde aneinandergedrückt wurden. Hier seien folgende Fälle näher erwähnt:

Versuchstier N:o 219. Zwei Embryonen mit kleinen Schwanzknospen wurden Brust gegen Brust zusammengefügt. Drei Tagenach der Operation waren bei den Komponenten die Kiemen weit entwickelt und die Circulation sehr deutlich, Fig. 10. Merkwürdigerweise aber war sie auf der

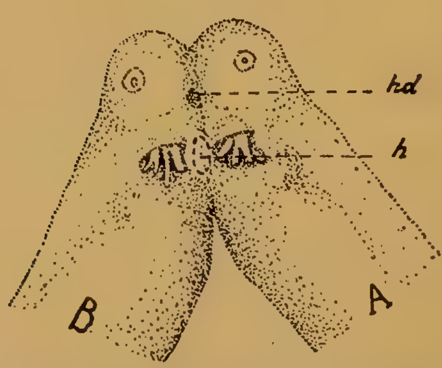


Fig. 10. Versuchstier N:o 219, 20. Bombinator-Paarlinge 3 Tage nach der Operation. *hd* Haftdrüsen, *h* verwachsenes Herz.

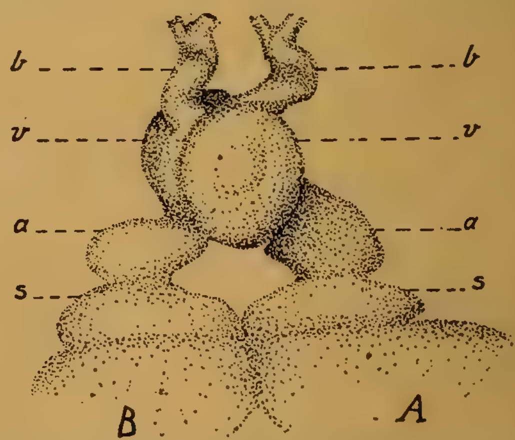


Fig. 11. Dasselbe Tier wie oben. Das blossgelegte Doppelherz. Bei *A* die linke, bei *B* die rechte Seite nach oben. Bezeichnungen wie früher.

einen Seite (A links, B rechts) bedeutend langsamer als auf der anderen (A rechts, B links). Am dritten Tage wurden die Paarlinge betäubt und das Herz blossgelegt, Fig. 11.

Es zeigt sich, dass ein Doppelherz gebildet ist, und zwar so, dass die beiden Ventriculi verwachsen sind. Sonst sind die beiden Herzen ganz normal, auch die Krümmung des Herzschlauches ist regelmässig. Die Bewegung des Doppelherzens konnte sehr gut verfolgt werden. Die beiden Teile schlugen synchron. Die histologische Untersuchung ergab, dass die beiden verwachsenen Ventriculi miteinander offen kommunizieren.

Tafel 1, Fig. B stellt einen ähnlichen Fall (Versuchstier N:o 220) wie oben dar, nur mit dem Unterschied, dass hier ausser den Ventriculi noch die Sinus verwachsen sind. Die Vorhöfe aber sind getrennt.

Versuchstier N:o 215. Zwei Embryonen mit eben geschlossenen Medullarrohren wurden Brust gegen Brust zusammengelegt, wobei ventrale Paarlinge entstanden. Zwei Tage nach der Operation setzte die Herzbewegung ein. Am dritten Tage wurde das lebende Herz blossgelegt. Ein Doppelherz war entstanden, Fig. 12, und zwar sind die beiden Sinus, Atria, Ventriculi und Bulbi verwachsen, nur die Trunci sind getrennt. Die beiden Komponenten schlugen natürlich synchron. In diesem Falle ist die Verwachsung der beiden Herzen eine sehr vollständige. Das mit × bezeichnete Herz hat annähernd die normale Krümmung, das andere ist danach gerichtet und zeigt also situs inversus cordis. Dieser Fall scheint dem von B o r n (S. 431) beschriebenen sehr ähnlich zu sein.

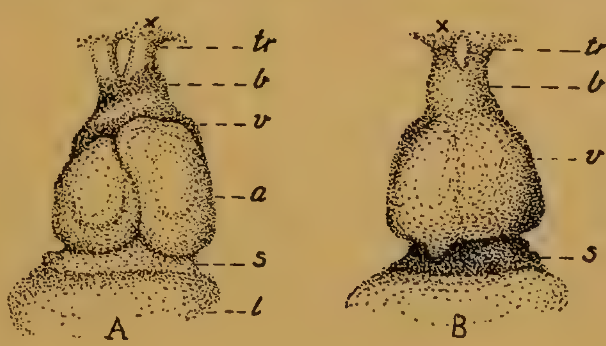


Fig. 12. Versuchstier N:o 215, 20. Doppelherz von Bombinator-Paarlingen 3 Tage nach der Operation. In Fig. A hat das mit × bezeichnete Herz seine linke Seite, in Fig. B seine rechte nach oben. *tr* Truncus. Bezeichnungen wie oben.

Die Herzverwachsung wurde weiter auch bei anders als oben erwähnt gemachten Paarlingen untersucht, Fig. 13 u. 14. Folgende zwei Fälle seien hier näher beschrieben:

Versuchstier N:o 179 A. Zwei Embryonen mit offenen

Medullarplatten (Stad. I) wurden zusammengelegt. Zwei Tage nach der Operation wurde die Herzregion blossgelegt, Fig. 13. Die beiden Herzen sind verwachsen, und zwar Ventriculus mit Ventriculus. Sonst sind sie gleich weit entwickelt und haben beide die typische Krümmung. Die Grenze zwischen Atrium und Sinus ist noch undeutlich. Eine Pulsation hatte noch nicht eingesetzt. — Dieser Fall zeigt sehr deutlich, wie die frühe Verwachsung der Herzanlagen zustandekommt. Leider ist das Präparat beim Photographieren verunglückt, sodass ich keine Schnitte davon machen konnte. — Im folgenden Falle sehen wir aber etwas ältere ganz ähnliche Paarlinge.

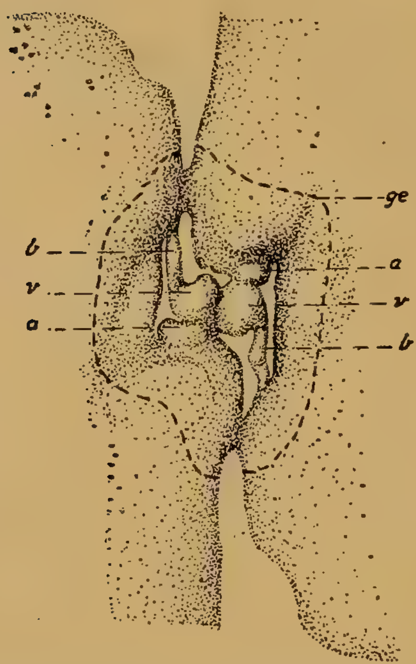


Fig. 13. Versuchstier N:o 179 A, 20. Bombinator-Paarlinge 2 Tage nach der Operation; die Herzregion blossgelegt. *ge* Grenze des wegpräparierten Ektoderms. Bezeichnungen sonst wie oben.

Versuchstier N:o 214. Zwei Embryonen mit offenen Medullarplatten (Stad. I) wurden zusammengelegt. Drei Tage nach der Operation hatten die Paarlinge ganz kleine Kiemenanlagen. Die Herztätigkeit war schon damals sehr lebhaft, aber merkwürdigerweise war keine Circulation zu entdecken. Schon durch das Ektoderm sah man, dass die Herzen verwachsen waren und auf der einen Seite der Paarlinge (in Fig. 14 nach oben) lagen. Die Tiere lebten noch 5 Tage nach der Operation. Die Kiemen wuchsen in dieser Zeit gar nicht weiter, wurden aber normalerweise vom Operculum bedeckt.

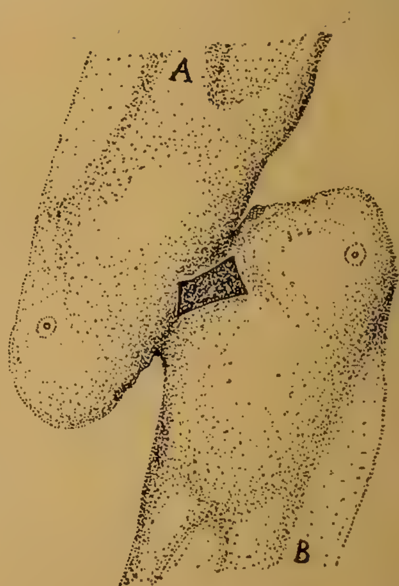


Fig. 14. Versuchstier N:o 214, 20. Bombinator-Paarlinge 5 Tage nach der Operation.

Die Herztätigkeit war die ganze Zeit hindurch sehr lebhaft, aber es war keine Circulation zu sehen. Am 5. Tage wurden die Paarlinge betäubt und das Herz lebendig blossgelegt. Ich konnte seine Bewegungen eine halbe Stunde lang gut beobachten. Es zeigte sich, was ja schon durch die Haut zu sehen war, dass hier ein verwachsenes Doppelherz vorlag, Fig. 15. Dieses war mit Blut gefüllt, und beim Verletzen des pulsierenden Herzens ergab sich eine reichliche Blutung.

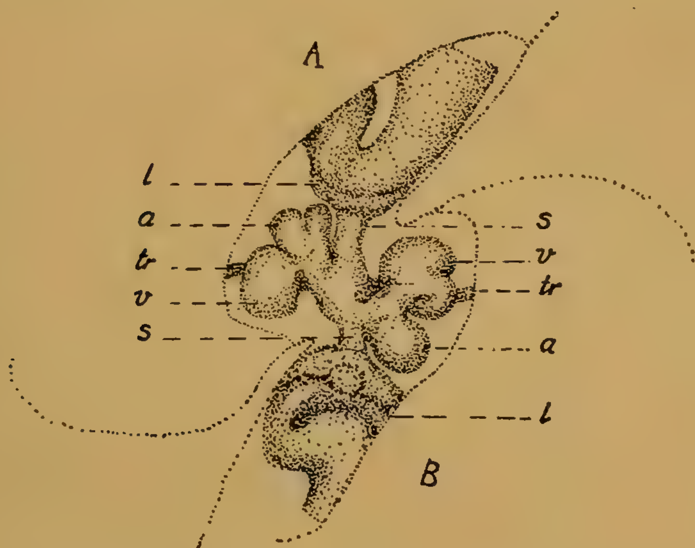


Fig. 15. Dasselbe Tier wie oben; das blossgelegte Doppelherz. Bezeichnungen wie oben.

Die Verwachsung der beiden Herzen ist eine ziemlich vollständige. Sie sind aber etwas unregelmässig gebaut. Äusserlich betrachtet hängen nur die beiden Sinus miteinander zusammen. Die mikroskopische Untersuchung der Schnittserien ergibt aber, dass die Herzen innerlich etwas deformiert sind. Dies steht auch in Übereinstimmung mit der sehr eigentümlichen Tätigkeit des verwachsenen Doppelherzens. Es war nämlich sehr deutlich zu beobachten, dass die Herzen regelmässig im selben Tempo abwechselnd schlugen, wobei der Blutstrom zwischen beiden hin und zurück getrieben wurde. Die Herzen pumpten einander abwechselnd leer und voll. Dadurch wird verständlich, warum im Körper keine Blutcirculation bestand. Die Mechanik dieser Herztätigkeit ist nicht ganz leicht zu erklären. Die beiden

Bulbi sind offenbar rudimentär, durch sie kann darum der Blutstrom nicht weiterkommen. Das Blut steckt also wie in einem geschlossenen, von beiden Herzen gebildeten Raum. Wären nun die Herzklappen normal, so müsste ja das Blut vom Sinus nach dem Atrium und Ventriculus zu getrieben werden. Dies war aber hier nicht der Fall, sondern das ganze Doppelherz bildete nur gleichsam einen Raum, in welchem das Blut hin und zurück fliessen konnte. Da nun die beiden Herzen abwechselnd schlugen, wurde der Blutstrom zwischen ihnen hin und zurück getrieben. Beim Eintreten der Herzschwäche wurde die Pulsation schliesslich unregelmässig. Die Herzen schlugen dann ganz unabhängig voneinander in verschiedenem Tempo.

Dieser Fall zeigt, wie plastisch in der Tat die Herzanlage ist. Die umgekehrte Lage der beiden zusammengewachsenen Komponenten bringt die ganze Herztätigkeit in eine Zwangslage. Daraus erfolgt eine Deformation der Herzklappen, sodass der Blutstrom sich in zwei Richtungen bewegen kann.

Um die Potenzen der Herzanlage weiter zu verfolgen, versuchte ich im Auschluss an die vorigen Versuche, ein normales Herz aus zwei verschiedenen Anlagen hervorzubringen. Hier sei folgender Fall erwähnt:

Versuchstier N:o 223. Bei einem Embryo mit eben geschlossenem Medullarrohr wurde ein grosser Teil der Herzanlage entfernt und durch eine ähnliche eines anderen gleichalten Tieres ersetzt. Fig. 16, A u. B, zeigt die Art der Operation. Das Ektoderm wurde nach allen Seiten hin etwas weiter abgetrennt als die Herzanlage selbst. Dadurch ist das Transplantat leicht zu befestigen. Die inplantierte fremde Herzanlage wurde um 180° gedreht eingesetzt.

Einen Tag nach der Operation war das Transplantat gut eingeheilt, Fig. 16 C. Aus der Lage der inzwischen entstandenen Haftdrüsen geht deutlich hervor, dass es wirklich um 180° gedreht eingelegt ist und in der Herzgegend liegt. Am zweiten Tage begann die Herztätigkeit und die Circulation in den Kiemen. Fünf Tage nach der Operation wurde das Tier betäubt und das lebendige Herz blossgelegt. Es zeigte eine regelmässige rhythmische Bewegung. Wie Fig. 16 E

darstellt, ist hier ein ziemlich normales Herz entstanden. Nur der Ventriculus hat einen abweichenden Bau. Er besteht äusserlich aus zwei Teilen, in Fig 16 E durch die Linie *gr* bezeichnet.

Es zeigt sich also, dass das Herz in diesem Falle aus zwei verschiedenen Anlagen gebildet ist. Der Bulbus und der vordere Teil des Ventrikels sind aus der Anlage des Empfängers entstanden, der hintere Teil des Ventrikels hinwieder aus der eingelegten fremden Anlage. Wie weit nach hinten diese sich erstreckt, lässt sich nicht mehr sicher ermitteln. Möglicherweise geht die Grenze etwa zwischen Atrium und Sinus. Jedenfalls entsteht hier der mittlere Teil des Herzens aus einer fremden, um 180° gedrehten Anlage. Die Reihenfolge der Herzteile ist vom Empfänger determiniert.

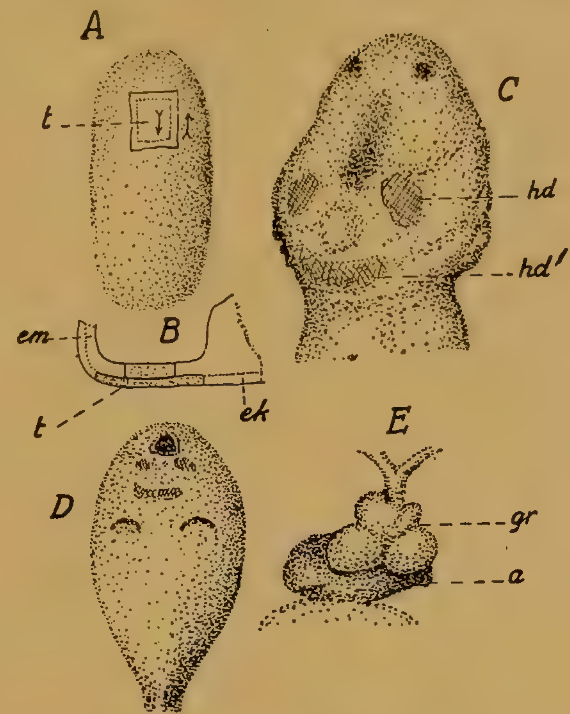


Fig. 16. Versuchstier N:o 223, 20. Bombinator. *A* und *B* zeigen die Art der Operation: von *B* (medianer Vertikalschnitt durch die Herzgegend) wird das Stück *t'* wegoperiert und in *A* als Ersatz eines ähnlichen Stückes *t* um 180° gedreht eingelegt. *ek* Ektoderm, *em* Ento-Mesoderm. *C* Das operierte Tier 1 Tag nach der Operation. *hd* Haftdrüsen des Empfängers, *hd'* Haftdrüsen des Spenders (*B*). *D* Das operierte Tier 5 Tage nach der Operation. *E* Das Herz. *a* Atrium, *gr* Grenze zwischen den beiden Ventrikelanlagen.

Wenn auch die eingepflanzte Herzanlage in sich Selbstdifferenzierungspotenz gehabt hätte (vergl. Kapitel VII), so ist diese jedenfalls durch die neue Umgebung beeinflusst worden. Es handet sich also hier um eine abhängige Differenzierung.

VI. Entstehung von Doppelherzen aus einer Anlage.

In pathologischen Fällen (H e r x h e i m e r, S. 369) hat man selten verdoppelte Herzteile beobachtet. G r ä p e r

glückte es, wie schon erwähnt, 1907 beim Huhn eine vollständige Herzverdoppelung künstlich hervorzubringen. Es ist mir jetzt gelungen, sehr verschiedenartige Doppelherzen auch bei Bombinator experimentell zu erzeugen. Die Methode ist sehr einfach: Die Herzanlage wird früh, also vor der Bildung eines Herzschlauches, einfach gespalten und die Verwachsung der getrennten Hälften künstlich verhindert. Es entstand dann in allen meinen Fällen, je nach Art der Operation, eine mehr oder weniger vollständige Verdoppelung des Herzens. Folgende Versuchstiere seien hier näher besprochen:

Zuerst sei hier ein Fall erwähnt, bei welchem nach medianer Durchschnürung der Gastrula Zwillinge entstanden, bei denen aber von sämtlichen Organen nur das Herz verdoppelt auftrat. Es ist ja bekannt, dass man bis zur Gastrulation durch mediane Durchschnürung bei Triton normale Zwillinge erzeugen kann (Spemann u. a.). Eine später erfolgte Operation ergibt Hemiembryonen.

Versuchstier N:o 154. Es wurde nach der Methode Spemanns mit einer Haarschlinge ein Bombinator-Keim beim Beginn der Gastrulation durch die Medianebene durchgeschnürt. Die Durchschnürung erfolgte langsam, sodass die beiden Keimhälften erst etwa nach 20 St. ganz getrennt werden konnten. Es entwickelten sich zwei Hemiembryonen, und zwar von etwas verschiedener Grösse, Fig. 17. Beide bestehen aus der entsprechenden Hälfte des Kopfes, das Tier A (linke Kopfhälfte) hat dazu fast den ganzen Rumpf. Es ist beinahe, als hätte man das fertige Tier mit dem Messer in zwei Hälften geschnitten, also eine typische Mosaikentwicklung. Auge, Ohr, Nase, Kiemen, Haftdrüse treten bei beiden Tieren unpaar auf,

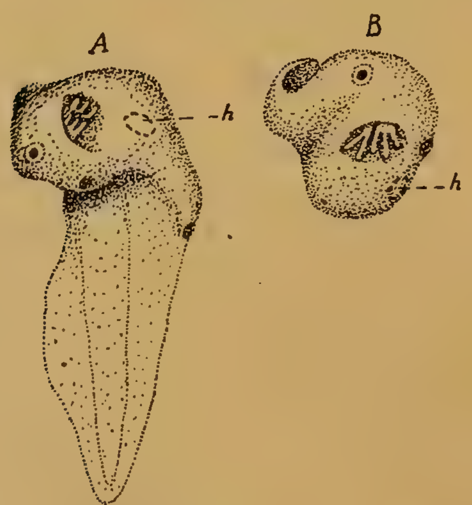


Fig. 17. Versuchstier N:o 154; 20. Zwei Hemiembryonen von Bombinator 7 Tage nach der Durchschnürung der jungen Gastrula. *h* Herz.

die Mundöffnung ist wie gespalten. Das Herz macht die einzige Ausnahme, indem es verdoppelt worden ist. Beide Hemiembryonen besassen lebhafte Kiemencirculation, das Tier B hatte grössere Kiemen als A. Das Tier B muss als sehr defekt bezeichnet werden, da es nur aus der einen Kopfhälfte nebst einem kleinen Stück Rumpf besteht. Trotzdem tritt hier eine normale Herzentwicklung ein. Die Herzanlage zeigt sich hier länger als die anderen Organanlagen harmonisch-äquipotentiell (im Sinne D r i e s c h).

Noch einen ganz ähnlichen Fall wie oben habe ich bei meinem Material beobachtet.

Versuchstier N:o 222 B. Bei einem Embryo mit ganz offener Medullarplatte (Stad. I) wurde die Herzanlage entfernt, Fig. 18 A u. B. Die grosse Wunde wuchs nur langsam zu. Glücklicherweise entstand in diesem Falle keine Infektion. Noch drei Tage nach der Operation war die Wunde sehr gross. Auf der rechten Seite waren kleine Kiemenanlagen erschienen, auf der linken dagegen nicht.

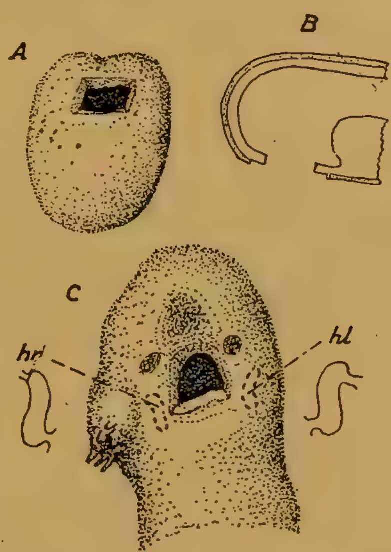


Fig. 18. Versuchstier N:o 222 B, 20. Bombinator. *A* u. *B* zeigen die Art der Operation (*B* vertikaler Medianschnitt). *C* Das operierte Tier 3 Tage nach der Operation. *hr* u. *hl* Herz rechts und links durchschimmernd; daneben der herauspräparierte Herzschlauch stärker vergrössert.

Am dritten Tage nach der Operation wurde das Tier betäubt. Da das Ektoderm noch sehr undurchsichtig war, wurde es beiderseits lateral von der Wunde geöffnet. Es zeigte sich, dass beiderseits eine Herzanlage entstanden war, welche etwas lateral vom Wundrande lag. Dieser war insofern geheilt, als eine Art Verwachsung von Ekto- mit Entoderm stattgefunden hatte. Die beiden Herzanlagen waren schon schlauchförmig und etwas gebogen, aber eine deutliche Differenzierung in verschiedene Teile stand noch aus. Auf der rechten Seite konnte schon eine rhythmische Pulsation festgestellt werden, auf der linken dagegen nicht. Es zeigt sich also,

dass hier zwei vollständig getrennte Herzen entstanden waren. Da bei der Operation wenigstens der allergrösste Teil der ursprünglichen Herzanlage entfernt wurde, handelt es sich hier also um eine Neubildung.

Die Herzen entstehen sogar in sehr atypischer Lage weit lateral von der Mittellinie. Wenn von der ursprünglichen Herzanlage hier etwas übrig ist, so liegt es natürlich ganz am Rande der Wunde. Aus mechanischen Gründen kann aber hier kein Herz entstehen, sondern es entwickelt sich mehr lateral, sodass sich eine schützende Umhüllung bildet.

Hier handelt es sich noch um ein wenig entwickeltes Herz. Allerdings konnte schon eine unzweideutige Pulsation festgestellt werden. Folgender Fall ist noch einleuchtender:

Versuchstier N:o 234 B. Bei einem Embryo mit eben geschlossenem Medullarrohr wurde die Herzanlage durch eine in der Mittellinie gehende Wunde gespalten und ein Deckglasstreifen in diese eingelegt. Nach 24 St. wurde dieser entfernt. Die Wunde wuchs binnen zwei Tagen äusserlich vollkommen zu. Acht Tage nach der Operation hatten sich beiderseits grosse Opercularfalten gebildet, aber das Spiraculum war noch nicht fertig. Kiemen und Circulation fehlten. Das Tier wurde betäubt und das schlagende Herz durch Eröffnen des Ektoderms und Herzbeutels blossgelegt. Es zeigte sich, dass ein Pericard mit zwei vollständig getrennten Herzen entstanden war, Fig. 19. Die

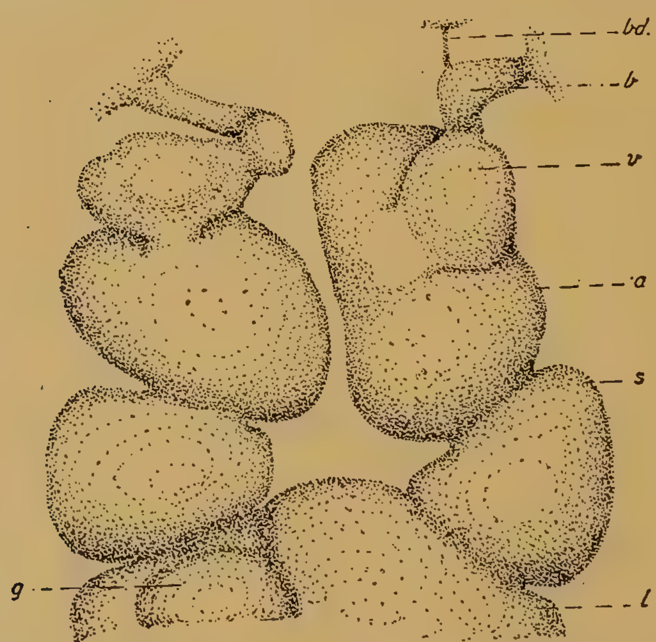


Fig. 19. Versuchstier N:o 234 B, 20. Doppelherz einer Larve von Bombinator 8 Tage, nachdem die Herzanlage gespalten wurde; sämtliche Herzteile sind verdoppelt. *bd* Bindegewebsstrang, mit dem Pericardium verwachsen. Bezeichnungen sonst wie früher. Sinus und Atrium im Diastol-Stadium dargestellt.

beiden Herzen sind etwa gleich gross und sehr regelmässig gebaut. Der Bulbus des linken Herzens hängt jedoch durch einen Bindegewebsstrang mit der Wand des Pericards oral zusammen. Beim rechten Herzen kommt ein schwacher Situs inversus vor. Dass die beiden Herzen wirklich vollständig getrennt waren, geht u. a. aus ihrer Bewegung hervor. Ich konnte die Pulsation des blossgelegten Herzens beinahe eine Stunde lang sehr deutlich unter dem binokularen Mikroskop bei guter Beleuchtung beobachten. Die Herzen schlugen *nicht synchron*. Die erste Zählung des Pulses ergab:

das rechte Herz 30 Schläge in 22″
» linke » 30 » » 30″
Etwas später machte:
das rechte Herz 30 Schläge in 23″
» linke » 30 » » 27″

Während das rechte Herz die ganze Zeit eine sehr regelmässige Pulsation hatte, zeigte das linke dagegen eine mehr unregelmässige, indem nach 3 bis 4 Schlägen immer eine kleine Pause entstand.

Während ich nun die Herzbewegung verfolgte, hörte das rechte Herz plötzlich auf zu schlagen, wobei aber das linke unberührt fortfuhr. Nach einigen Minuten fing dann das rechte wieder an zu pulsieren und lebte noch 10 Minuten, während gleichzeitig das linke Herz schon »tot» war.

Das Ausbleiben der Blutcirculation ist mir hier unverständlich, da die beiden Herzen anscheinend sehr regelmässig gebaut sind.

Folgende Fälle zeigen eine teilweise Verdoppelung des Herzens:

Versuchstier N:o 216 B. Bei einem Embryo mit gerade geschlossenem Medullarrohr wurde die Herzanlage weggenommen (etwa wie Fig. 18 A). Es entstand eine grosse Wunde, die allmählich kleiner wurde. Am 4. Tage nach der Operation war sie noch eben zu sehen, Fig. 20. Die Kiemenentwicklung und die Blutcirculation blieben aus. Am dritten Tage nach der Operation war das Ektoderm durchsichtig,

und caudal von der Operationswunde konnte eine schwache Pulsation entdeckt werden. 5 Tage nach der Operation wurde das Tier betäubt und das Herz durch Eröffnen des Herzbeutels blossgelegt, Fig. 21. Das Herz ist teilweise verdoppelt. Es besteht aus zwei Sinus, zwei Atria und einem Ventriculus und Bulbus nebst Truncus. Der hintere Teil ist also doppelt. Der Ventriculus und Bulbus sind stark missgebildet. Es hat sich demnach auf beiden Seiten der grossen offenen Wunde ein Herz gebildet, nur vorne sind die Anlagen der beiden *sekundär* wieder frühzeitig zusammengewachsen. Dies geht u. a. daraus hervor, dass noch oral vom Herzen eine offene Wunde bis in die Mundhöhle übriggeblieben ist. Da die ursprüngliche Herzanlage wenigstens zum grössten Teil entfernt wurde, ist das Doppelherz durch Regeneration entstanden.

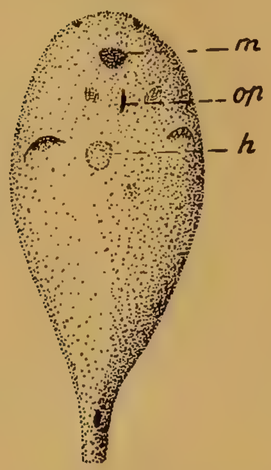


Fig. 20. Versuchstier 216 B, 20. 4 Tage nach Entfernung der Herzanlage. *h* Herz (durchschimmernd), *m* Mund, *op* Operationsloch.

Das lebende Herz wurde einige Zeit mit dem binokularen Mikroskop beobachtet, wobei die Bewegungen sehr deutlich zu verfolgen waren. Die Pulsation hörte im linken Sinus und Atrium früher auf als im rechten. Es zeigte sich also, dass das Herz auch physiologisch ein Doppelherz war.

Versuchstier N:o 235. Bei einem Embryo mit eben geschlossenem Medullarrohr wurde ein schmales Stück von der Mitte (oral-aboral) der Herzanlage entfernt und

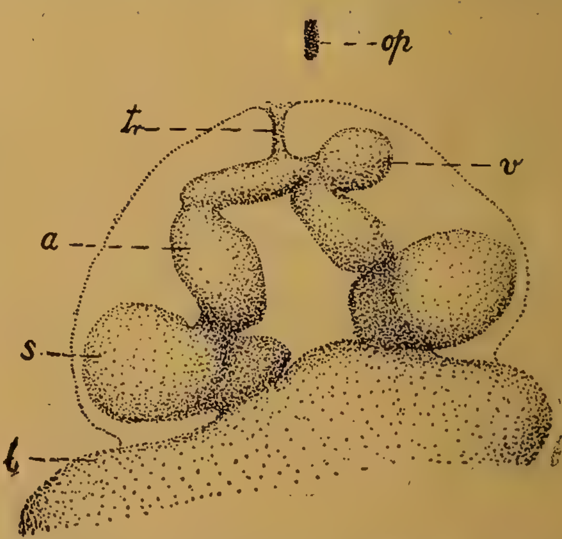


Fig. 21. Versuchstier N:o 216 B, 20. Das Herz einer Bombinator-Larve 5 Tage, nachdem die Herzanlage gespalten wurde; die beiden Sinus sind etwas nach lateral gebogen dargestellt. *v* Ventriculus, stark missgebildet, *op* Operationsloch. Bezeichnungen sonst wie früher.

ein Deckglasstreifen in die Wunde gesteckt. Dieser lag dort etwa 24 St. Die Wunde wuchs dann allmählich äusserlich zu. Acht Tage nach der Operation bestand ein normales Spiraculum, aber keine Kiemen und keine Circulation. Das Tier wurde betäubt und das lebende Herz blossgelegt, Fig. 22. Es zeigt sich, dass das Herz in seinem oralen Teil verdoppelt ist, nur der Sinus ist ungeteilt. Die linke Hälfte ist etwas schwächer entwickelt als die rechte. Besonders dünn und unregelmässig ist der linke Bulbus.

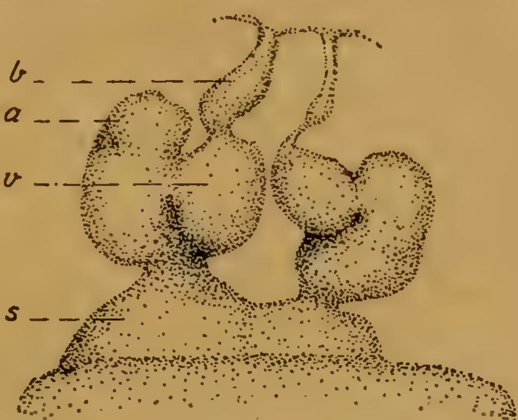


Fig. 22. Versuchstier N:o 235 B, 20. Das Herz einer Bombinator-Larve 8 Tage, nachdem die Herzanlage gespalten wurde. Bezeichnungen wie früher.

Die Herzbewegung konnte längere Zeit gut verfolgt werden. Die Herzhälften schlugen synchron. Im linken Bulbus konnte ich keine Pulsation feststellen. Da die Mitte der ursprünglichen Herzanlage bei der Operation weggenommen wurde, handelt es sich hier um eine teilweise Regeneration. Die über zwei Tage offen gebliebene Wunde hat eine partielle Verdoppelung des Herzens zustandegebracht.

Versuchstier N:o 233 B. Bei einem Embryo mit eben geschlossenem Medullarrohr wurde die Herzanlage bis zur Urdarmhöhle gespalten und eine dicke Glasnadel in die Wunde geführt. Die Nadel lag 24 St. in der Wunde und verhinderte das Zusammenwachsen der Wundränder. Sie wurde dann entfernt. Die Wunde wuchs am dritten Tage vollständig zu. Am zweiten Tage nach der Operation konnte schon äusserlich eine Herzbewegung festgestellt werden. 4 Tage nach der Operation wurde das Tier betäubt und



Fig. 23. Versuchstier N:o 233 B, 20. Das Herz einer Bombinator-Larve 4 Tage, nachdem die Herzanlage gespalten wurde. Bezeichnungen wie früher.

das lebende Herz durch Eröffnen des Herzbeutels blossgelegt. Die Kiemen waren sehr schwach entwickelt, aber eine Hautcirculation war deutlich zu sehen. Wie aus Fig. 23 und Tafel 1 C hervorgeht, sind der Ventriculus und Bulbus verdoppelt. Dagegen hat das Herz nur einen Sinus und ein Atrium. Die beiden Ventriculi schlugen synchron. — Durch die Wunde ist hier also eine Verdoppelung der oralen Hälfte des Herzens entstanden.

VII. Entwicklung früh explantierter Herzanlagen.

Wie schon berichtet (vgl. S. 2), ist es gelungen, frühzeitig explantierte Wirbeltier-Herzen längere Zeit zu züchten. Diese waren aber bei den bisherigen Operationen immer schon schlauchförmig und besassen Pulsation. Die z. B. von B r a u s (1911) explantierten Anurenherzen waren bei der Entnahme bereits S-förmig gekrümmt und pulsierten. Es ist mir jetzt gelungen, noch ganz u n d i f f e r e n z i e r t e H e r z a n l a g e n ausserhalb des Körpers zur Entwicklung zu bringen. Leider konnten wegen Mangel an Material (es war schon Ende Juli, als ich die Methode entdeckte) diese viel Erfolg versprechenden Operationen nur zweimal unternommen werden, beidemal jedoch mit positivem Erfolg[1]).

Bekanntlich rollen sich losgelöste Stücke vom embryonalen Ektoderm ballförmig zusammen, bilden eine geschlossene Hohlkugel und schwellen durch Flüssigkeitsaufnahme an. Sie haben eine sehr kräftige Wimperbewegung und können bis 20 Tage sogar in Wasserleitungswasser leben. Ich versuchte nun die unentwickelte Herzanlage in einer solchen Ektodermblase zu züchten. Die Operationsmethode geht aus

---

[1]) K o r r e k t u r z u s a t z. Es ist mir jetzt während der Drucklegung dieser Arbeit Ende April auch gelungen, ähnliche explantierte Herzen bei R a n a t e m p o r a r i a zu erzeugen. Die Operation erfolgte im I Stadium, und nach 4 Tagen hatte sich in der Ektodermblase ein pulsierendes Herz gebildet. Von sonstigen Organen war hier ein kleines Leberfragment mitexplantiert. Leider ist die Pigmentierung bei dieser Art so stark, dass das Herz erst beim Eröffnen der Blase deutlich sichtbar wird. — Weitere Untersuchungen stehen bevor.

Fig. 24 hervor. Die Herzanlage (vergl. auch Fig. 1—4) wurde zusammen mit einem grossen Stück Ektoderm entfernt. Dieses wurde dann so um die Herzanlage gebogen, dass sein oraler und sein aboraler Rand aneinandergepresst wurden. Nach einigen Stunden bildete das Ektoderm eine geschlossene Hülle um die Herzanlage, rundete sich allmählich ab und schwoll zu einer durchsichtigen Blase an, in welcher dann das Herz mit seiner rhythmischen Pulsation sichtbar wurde, Fig. 25. Es lässt sich natürlich schwer die Herzanlage allein in den frühen Stadien entfernen, sondern es kommen auch Nachbarzellen (Ento-Mesoderm) mit in Bezug. Ganz besonders betrifft dies die Leberanlage. Immerhin besteht der explantierte Meso-Entodermhaufen zum allergrössten Teil aus »Herzzellen». Später lässt sich ja genau sehen, inwiefern fremde Elemente mitentfernt sind, Fig. 25.

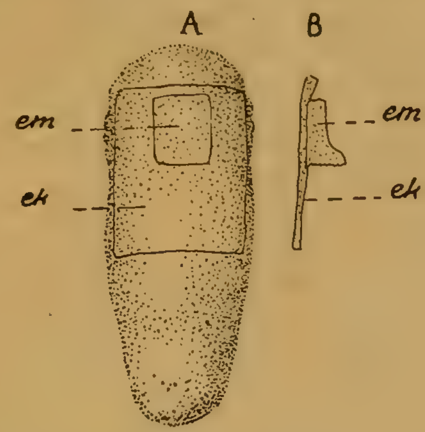


Fig. 24. Versuchstier N:o 238, 20. Bombinator. A Das operierte Tier von der Bauchseite. B Vertikaler Längsschnitt durch das entfernte Stück. *ek* Ektoderm, *em* Ento-Mesoderm (Herzanlage). Vergl. auch Fig. 1—4.

Im ersten Falle, Versuchstier N:o 226, stammte die Herzanlage von einem Embryo mit offener Medullarplatte. In diesem Stadium besteht die Herzanlage, wie früher dargestellt, aus zwei getrennten Mesodermfalten und aus den mesenchymatischen medianen Endothelzellen, Fig. 1. Das explantierte Ektodermstück mit der Herzanlage entwickelte sich zu einer hohlen Blase mit etwas Flüssigkeit. Zwei Tage nach der Operation wurde diese Blase, weil sie noch nicht ganz durchsichtig war, mit der Glas-

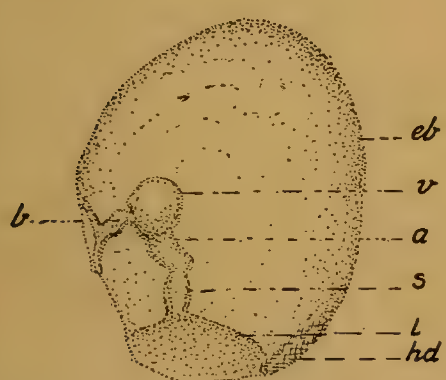


Fig. 25. Dasselbe Tier wie oben, das explantierte Herz 3 Tage nach der Operation; das Herz schimmert durch die umgebende Ektodermblase hindurch. *a* Atrium, *b* Bulbus (der Truncus gabelt sich in zwei Teile), *eb* ektodermale Blase, *hd* Haftdrüsenfragment in der Blasenwand, *l* Leberfragment, *s* Sinus, *v* Ventriculus.

nadel geöffnet. In der geöffneten Blase lag neben undifferenzierten Zellen (Leberanlage) ein schlauchförmiges Herz, welches deutliche rhythmische Bewegungen zeigte. Diese hörten 3 bis 4 Minuten nach dem Eröffnen der Blase allmählich auf. Die geöffnete Blase wurde dann fixiert und geschnitten. Auf den Schnittserien sieht man ein eben rohrförmiges Herz in einem Pericardium eingeschlossen. Die starke Schrumpfung der Blase beim Eröffnen bewirkt, dass die Herzteile nicht deutlich hervortreten. Die Zellen des Herzens sind noch wenig differenziert und enthalten Dotterkörnchen. Die undifferenzierten Zellen in der Blase scheinen zur Leberanlage zu gehören.

Der zweite Fall, Versuchstier N:o 238, stammt von einem Tier mit eben geschlossener Medullarplatte, Fig. 24. Auch in diesem Stadium besteht die Herzanlage noch aus zwei getrennten Mesodermfalten und den mesenchymatischen Endothelzellen, ein schlauchförmiges Herz ist noch nicht vorhanden, Fig. 2. Einen Tag nach der Operation war die Ektodermblase schon stark aufgeschwollen, aber noch undurchsichtig. Sie wurde mit der Glasnadel geöffnet, aber ich konnte dabei noch kein pulsierendes Herz finden. Die Wunde schloss sich wieder, und am folgenden Tag war die Blase schon durchsichtig. Jetzt konnte ein deutlich pulsierendes Herz festgestellt werden. Am 3. und 4. Tage nach der Operation wurde dann die Tätigkeit dieses Herzens näher untersucht. Fig. 25 zeigt uns seine Form. Die umhüllende Ektodermblase ist verhältnismässig gross. Der Herzschlauch ist nicht ganz normal, zeigt aber deutlich die Gliederung in vier Abschnitte, Sinus, Atrium, Ventriculus und Bulbus. Der Sinus hängt mit einem Fragment der Leber zusammen. Die Blase ist sonst nur mit Flüssigkeit gefüllt. Die vier Herzteile hatten sämtlich ihre typische Bewegung.

Die histologische Untersuchung der Schnittserien bestätigt, was schon durch die Ektodermblase zu sehen war, Fig. 26. Die Blase enthält ausser dem Herzschlauch nur ein Leberfragment. Ein Pericardium ist vorhanden, liegt aber eng an die Blasenwand angedrückt und ist somit stark aus-

gedehnt. Nur in der Nähe des Herzens ist es deutlich sichtbar. Burrows und Braus haben auch bei explantierten Herzen (Huhn und Frosch) pericardähnliche Höhlen gefunden. Das Lumen des Herzens ist stark eingeengt, stellenweise kaum sichtbar. Die Herzzellen enthalten noch reichlich Dotter. Nervenzellen sind nicht zu entdecken.

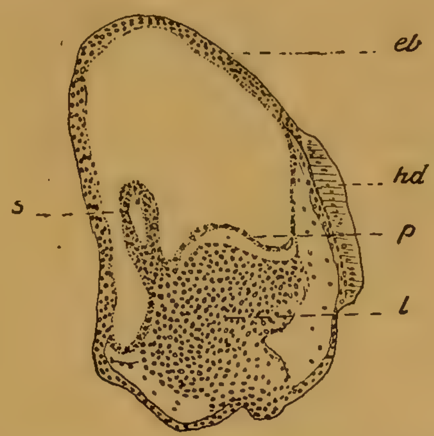


Fig. 26. Dasselbe Tier wie oben. Querschnitt durch das Leberfragment und den Sinus des Herzens. *p* Pericard. Bezeichnungen sonst wie früher.

Wegen des grossen physiologischen Interesses, welches dieses explantierte Herz darbot, hatte Herr Geheimrat Gottlieb, Direktor des Heidelberger pharmakologischen Instituts, die grosse Freundlichkeit, einige Experimente damit zu unternehmen. Das Herz wurde ursprünglich in Wasser (Würzburger Wasserleitungswasser) mit 0.2 % *NaCl* gezüchtet. Am dritten Tage schwankte die Pulsfrequenz zwischen 34 und 46 Schlägen in der Minute. Am vierten Tage, 10.30 U. v. m., machte der Puls 27 Schläge in der Minute. Nach Überführung in Ringersche Lösung (für Frosch) machte das Herz dann (11.10—12.05) etwa 35 Schläge in der Minute. Die Herzschläge konnten mit dem binokularen Mikroskop sehr scharf verfolgt und mit der Sekundometeruhr gezählt werden. Es wurde nun das Herz allmählich in verschieden konzentrierte *Muscarin*-Lösungen gebracht. Schliesslich lag es (12.15—12.30) in einer Lösung von der Stärke 1 : 5000, ohne dass der Puls auch jetzt beeinflusst wurde. Er machte nach wie vor etwa 35 Schläge in der Minute, und die Herzkontraktionen waren unverändert. 12.36 wurde dann das Herz in eine Barytlösung von 2 % übergeführt.

12.40 machte das Herz 20 Schläge in 40″
1.10 » » » 20 » » 40″
1.20 war das Herz tot.

Das Versuchstier N:o 238, von welchem die Herzanlage entfernt war, wurde aufbewahrt. Merkwürdigerweise ging es trotz der grossen Wunde nicht zu Grunde, sondern lebte noch 4 Tage nach der Operation, Fig. 27. Die Wundränder wuchsen allmählich einander näher, aber zu einer vollständigen Schliessung der Wunde kam es nicht. Bei der Explantation der Herzanlage war von der linken Seite etwas weniger Ektoderm mitgenommen als von der rechten. Es entwickelte sich links von der offenen Wunde ein pulsierendes Herz. Die Pulsation war am 4. Tage nach der Operation durch das durchsichtige Ektoderm sehr deutlich zu erkennen. Auf Schnittserien sieht man das Herz recht deutlich. Es ist verhältnismässig klein und liegt in einem engen Pericardium. Ob es die vier typischen Abschnitte hat, lässt sich noch nicht entscheiden. In vieler Hinsicht ist es abnorm gebaut, u. a. ist das Lumen sehr eng. — Jedenfalls zeigte die Pulsation, dass wir es hier mit einem typischen Herzen zu tun haben.

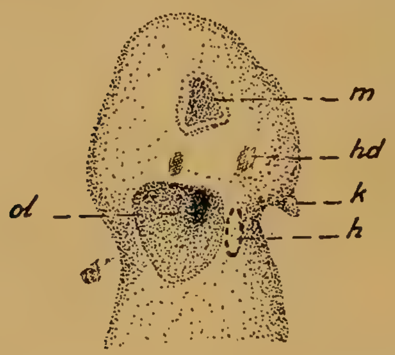


Fig. 27. Dasselbe Tier wie oben 4 Tage nach der Entfernung der Herzanlage. Links hat sich ein neues Herz gebildet. *h* Herz, durchschimmernd, *hd* Haftdrüse, *m* Mund, *k* Kiemen, *ol* Operationsloch.

VIII. Diskussion der Ergebnisse.

Die vorliegenden Untersuchungen über die Entstehung des Herzens bei Bombinator geben in vielen Beziehungen Anlass zu theoretischen Erörterungen. Es fragt sich: Durch welche Faktoren wird die Herzentwicklung determiniert? Verfolgt man den normalen Entfaltungsgang Schritt für Schritt, so ist leicht zu sehen, dass wir es sehr früh mit einer sichtbaren Herzanlage zu tun haben. Das Herz entsteht regelmässig aus einer medianen, anfangs mesenchymatischen Endothelanlage und aus paarigen Mesodermfalten, in welchen die Pericardialhöhle sich bildet. Durch Verschmelzen dieser Falten kommt das einheitliche Herzrohr zustande. Dieses

ist zuerst gerade, krümmt sich dann allmählich und gliedert sich in Bulbus, Ventriculus, Atrium und Sinus.

Welche Potenzen besitzt nun die erst sichtbare Herzanlage? Ist sie einer Mosaikplatte ähnlich, oder ist sie ein harmonisch-äquipotentielles System, oder besitzt sie überhaupt keine eigenen Potenzen? Wir wollen zum Vergleich zuerst einige ähnliche Probleme betreffs der Entwicklung anderer Organe kurz in Erinnerung bringen. So verlockend es auch wäre, hierüber ausführlicher zu berichten, muss ich doch auf eine allseitige theoretische Auseinandersetzung der diesbezüglichen Fragen hier verzichten. Es ist durch zahlreiche Durchschnürungsversuche (Spemann u. a.) bekannt, dass das Triton-Ei noch bis zum Beginn der Gastrulation bei medianer Durchschnürung zwei normale Individuen liefern kann. Aus sämtlichen Organanlagen entwickeln sich also Doppelbildungen. Bei später (Gastrula) erfolgter Durchtrennung entstehen dagegen Hemiembryonen; es liegt also schon von jetzt ab mehr eine Art Mosaikentwicklung vor. Bei solchen sehr typischen Hemiembryonen ist das Herz noch das einzige harmonische Organ, Fig. 17, seine Anlage hat sich also verdoppelt. Betreffs der Anlagen des centralen Nervensystems und der Sinnesorgane ist ebenfalls experimentell festgestellt worden, dass sie sich nach Beendigung der Gastrulation mosaikartig weiterentwickeln. Kleine, isolierte Stücke der betreffenden Anlagen liefern überhaupt nur typische Fragmente des ausgebildeten Organs. Die schon sichtbaren Anlagen dieser Organe regenerieren im allgemeinen nicht bei den Anuren (Spemann, Ekman, Braus-Fedoroff, u. a.). Nach neueren Untersuchungen von Wachs (1920 b, s. 149) soll jedoch ein defektes Anurenauge mit der Zeit vollkommen restituiert werden können, und bei den Urodelen (Triton) tritt sogar (1919, 1920 a) eine merkwürdige Regeneration der entfernten Retina ein. — Die schon sichtbaren Anlagen der Sinnesorgane und des Nervensystems, also der wichtigsten Organe des Körpers, stellen bei den Vertebraten keine harmonisch-äquipotentiellen Systeme im Sinne Driesch dar. Braus hat (1909, s. 271) jedoch durch Experimente nachgewiesen, dass die Schultergürtelanlage bei

Bombinator sich anders verhält, indem aus ihren Fragmenten ein harmonischer, wenn auch verkleinerter Schultergürtel entstehen kann. Betreffs der Extremitätenanlage der Amphibien ist auch bekannt, dass aus ihr nach Verletzung zwei oder mehrere harmonische Extremitäten entstehen können. Besonders schön tritt diese Tatsache durch die neuesten Untersuchungen von Harrison (1921) hervor.

Die Herzanlage verhält sich nun in mancher Beziehung abweichend von der Anlage anderer frühangelegter Organe. Sie besitzt erstens ein sehr grosses Regenerationsvermögen. Man kann noch bei Stadien mit Medullarplatte die ganze Anlage, aus der das Herz normalerweise entsteht, entfernen, und das umliegende Gewebe bildet trotzdem ein komplettes Herz. Die Herzanlage ist weiter ein harmonisch-äquipotentielles System. Wird sie vor der Bildung des rohrförmigen Herzschlauches median gespalten, so entstehen Doppelherzen. Eigentlich ist die Herzanlage der Amphibien paarig, wenn auch nicht so prägnant wie bei den Amnioten; es bestehen ja zwei getrennte Mesodermfalten. Die Experimente zeigen nun, wie leicht ein Doppelherz bei Vögeln (Gräper) und Amphibien entstehen kann. Beim Herzen spielt die Funktion von Anfang an eine grosse Rolle. Es kann schon deshalb nur als ein geschlossenes Rohr bestehen. Bei den Amnioten sind ja schon die beiden Komponenten, durch deren Zusammenwachsen das Herz entsteht, rohrförmig, bei den Amphibien dagegen nicht. Bei jenen muss eine ziemlich umfassende Umlagerung des ursprünglichen Anlagematerials stattfinden, wenn Doppelherzen entstehen sollen.

Für das grosse Umbildungsvermögen der Herzanlage sprechen auch die Fälle, in welchen zwei Herzen verwachsen sind. Die Verwachsung kann verschieden stark sein. In allen meinen Fällen hängen die Höhlungen der beiden Komponenten miteinander zusammen. Hier scheint in einigen Fällen, Fig. 15, wie Beneke (s. 27) über die Herzbildung berichtet, die Form eine Funktion der Blutströmung zu sein.

Bei einigen Tieren ist situs inversus cordis entstanden, Fig. 12 u. 19. Durch Spemann, Pressler und Meyer

ist bekanntlich festgestellt, dass diese Herzlage leicht experimentell zu erzeugen ist. Von meinen Fällen ist Fig. 19 besonders auffallend, da hier nur das eine Herz situs inversus zeigt.

Aus meinen Versuchen geht hervor, dass die Herzentwicklung bis zur Bildung des Herzrohres eine abhängige sein kann. Von da ab aber wird sie unabhängig, wie die Explantationen von Burrows, Braus u. a. schon zeigen. — Entfernt man vom Herzrohr ein Stück, so entsteht ein defektes Herz (Knower, Clark). Auch Fragmente des einfachen Herzrohres entwickeln sich typisch weiter und zeigen Pulsation unabhängig vom Ausbleiben der Blutcirculation. Eine nachträgliche Regeneration des defekten pulsierenden Herzens tritt nicht mehr ein.

Wenn auch, wie oben dargestellt, die allerfrüheste Herzentwicklung eine abhängige sein kann, ist sie doch andererseits auch eine unabhängige. Dies zeigen meine Herzexplantationen. Die von einem Embryo mit offener Medullarplatte entfernte Herzanlage entwickelt sich in einer Ektodermblase zu einem normalen Herzen. Von den umgebenden Geweben war in meinen Fällen nur ein Minimum mitgenommen, Fig. 24, 25 u. 26. Die Einwirkung des übrigen Körpers ist hier also ausgeschaltet, und trotzdem besitzt die primitive Herzanlage die Potenz, ihre Entfaltung typisch zu durchlaufen. Die umgebende Ektodermblase bildet hier einen schützenden Raum, wo die Entwicklung ungestört vorsichgeht. Gleichzeitig stellt sie auch gewissermassen ein Ganzes dar, in welchem das Herz nur ein Teil, allerdings ein verhältnismässig grosser Teil ist. — Die von früheren Forschern (Burrows, Braus u. a.) explantierten Herzen waren bei der Entnahme schon erheblich älter mit rohrenförmigem Bau und typischer Pulsation.

Es fragt sich nun: Ist die normale Herzentwicklung eine Art Selbstdifferenzierung der Herzanlage oder wird die Herzanlage von dem ganzen Körper beeinflusst? Nach meinen Untersuchungen sind beide Möglichkeiten vorhanden, aber wir können kaum entscheiden, welche von ihnen die Hauptrolle spielt. Vielleicht greifen bei der normalen Herzentwick-

lung Faktoren beider Art ein, es besteht also eine doppelte Determinierung, was man ja auch von der Entwicklungsart anderer Organe (z. B. Linse, Kiemen, Operculum, Auge u. a.) schon früher nachgewiesen hat (Roux, Spemann, Braus, Ekman u. a.).

Die Frage nach der Innervation des embryonalen Herzens ist bekanntlich in der Literatur viel erörtert worden. Hooker zeigte (1910), dass Anuren-Embryonen, bei denen die offene Medullarplatte vollständig entfernt war, dennoch ein pulsierendes Herz bekamen, und Braus gelang es (1911), ganz junge Herzen, in welchen noch keine Nerven nachzuweisen waren, isoliert am Leben zu halten. Es sprechen also diese Versuche für die Annahme, dass die autonome Bewegung des embryonalen Herzens vom Nervensystem unabhängig entsteht. Dasselbe bestätigen auch meine Explantationsversuche. Die Herzanlage eines Embryos mit offener Medullarplatte ist höchst wahrscheinlich ohne Nerven, entwickelt sich aber trotzdem vom übrigen Körper isoliert zu einem pulsierenden Herzen.

Solche nervenlose Herzen stellen nun ein vorzügliches Objekt für verschiedene physiologische Versuche dar. Nach meiner Erfahrung wird es auch nicht schwer sein, solche massenhaft zu erzeugen. Leider hatte ich 1920 Gelegenheit (zusammen mit Herrn Geheimrat Gottlieb) nur ein solches Objekt auf die Einwirkung von Herzgiften näher zu prüfen. Dieser Versuch muss noch als eine vorläufige Probe betrachtet werden. Das Herz blieb unberührt von Muscarin-Einwirkung (bei zehnfacher Dosis). Dieses Gift wirkt bekanntlich durch Vermittlung des Nervus vagus hemmend auf die Herztätigkeit.

Eine schon lange bekannte Tatsache ist es, dass die verschiedenen Teile des Herzens unabhängig voneinander schlagen können. In normalen Verhältnissen geht der Impuls zum Rhythmus vom Sinus (Sinus-Knoten) aus. Meine Versuche zeigen nun, dass auch die verschiedenen Teile der noch nicht pulsierenden Herzanlage unabhängig voneinander autonome Bewegung bekommen können. Isoliert entwickelte

Herzfragmente zeigen typische Pulsation. Dabei ist auffallend, dass beim selben Tier verschiedene Teile eines und desselben Herzens wie Sinus-Atrium und Bulbus, Fig. 8, in ganz verschiedenem Tempo schlagen können. Die Pulsfrequenz wird hier also vom resp. Herzteil selbst determiniert. Wenn der ganze Körper kräftig regulierend wirkte, sollte man doch erwarten, dass alle Herzteile gleich schnell pulsierten. Bei Doppelherzen mit gemeinsamem Sinus war die Herzbewegung synchron, beim Vorhandensein von zwei Sinus dagegen nicht, Fig. 19 u. 21.

Das Vermögen des Keimes, sich längere Zeit ohne Blutcirculation zu entwickeln (Loeb, Knower, Stockard, Clark, Chapman), spricht für die von Roux aufgestellte Periode des afunktionellen Gestaltens. Bei den Anuren wird wahrscheinlich der Mangel an Blutcirculation teilweise durch erhöhte Tätigkeit der Lymphherzen ersetzt.

IX. Zusammenfassung der Ergebnisse.

1) Wird die ganze Herzanlage bei Embryonen, bei denen schon eine deutliche Medullarplatte vorliegt, oder bei noch jüngeren Stadien, entfernt, so entsteht aus dem umliegenden Gewebe ein neues, komplettes Herz. Nach Entfernung des schon schlauchförmigen Herzens tritt dagegen keine Regeneration mehr ein.

2) Oral und aboral übriggebliebene Fragmente des noch geraden und unbeweglichen Herzschlauches entwickeln sich und fangen an zu pulsieren. Dabei können die oralen Fragmente (Bulbus und Ventriculus) in anderem Tempo schlagen als die aboralen (Sinus und Atrium), Fig. 8 u. 9.

3) Larven, bei welchen das Herz kurz vor oder nach Beginn der Pulsation entfernt ist, leben bis 9 Tage (Temperatur etwa + 25 C°) nach der Operation. Die vorderen Lymphherzen schlagen dabei sehr lebhaft. Die Kiemen entwickeln sich nicht, wohl aber das Operculum, Fig. 7 u. A.

4) Bei künstlich zusammengefügten ventralen Paarlingen verwachsen die Herzanlagen zu einem Doppelherzen, in

welchem die Höhlungen der beiden Komponenten offen kommunizieren, Fig. 11, 12, 13 u. 15.

5) Die Herzanlage lässt sich, bevor sie noch rohrförmig geworden ist, leicht künstlich spalten. Man kann dadurch je nach der Art der Operation entweder zwei vollständig getrennte Herzen oder ein nur teilweise verdoppeltes Herz aus einer Anlage erhalten. Die Herzanlage ist also ein harmonisch-äquipotentielles System. Wenn zwei Sinus vorhanden sind, können solche Doppelherzen in verschiedenem Tempo schlagen. Fig. 18, 19, 21, 22, 23 u. C.

6) Schon bei Embryonen mit offener Medullarplatte hat die Herzanlage, die jetzt nur aus einer mesenchymatischen Endothelanlage und aus zwei getrennten Mesodermfalten als Anlage des Pericards und Myocards besteht, Selbstdifferenzierungspotenz. Sie entwickelt sich nämlich isoliert, nur in einer Ektodermblase eingekapselt, und zeigt typische Pulsation. Ein solches Herz ist höchst wahrscheinlich nervenlos. Fig. 24, 25 u. 26.

Helsingfors, März 1921.

X. Tafelerklärung.

Fig. A. Versuchstier N:o 184, 20. Zwei gleichalte Bombinator-Larven, fixiert. Bei der linken ist zwei Tage früher das Herz entfernt worden. Man sieht, dass die Kiemen ganz unentwickelt sind. Die rechte normale Larve hat grosse Kiemen.

Fig. B. Versuchstier N:o 220, 20. Bombinator-Paarlinge 5 Tage nach der Operation. Das verwachsene Doppelherz und ein Teil der Eingeweide blossgelegt. Sinus und Ventriculus verwachsen.

Fig. C. Versuchstier N:o 233 B, 20. Bombinator-Larve 4 Tage nach der Operation, wobei die Herzanlage gespalten wurde. Das Ektoderm der Herzregion wegpräpariert. Vergl. Fig. 23.

Sämtliche Abbildungen sind nach unretuschierten Photographien gemacht.

XI. Literaturverzeichnis.

Benecke, R. Über Herzbildung und Herzmissbildung als Funktionen primärer Blutstromformen. Ein Beitrag zur Entwicklungsmechanik. Aschoffs Beiträge zur patholog. Anat. Bd. 67. 1920.

Born, G. Über Verwachsungsversuche mit Amphibienlarven. Archiv. f. Entw. Mech. d. Org. Bd. IV. 1897.

Brachet, A. Recherches sur l'origine de l'appareil vasculaire sanguin chez les Amphibiens. Arch. de biol. T. XIX. 1903.

Braus, H. Gliedmassenpfropfung und Grundfragen der Skeletbildung. Morpholog. Jahrb. Bd. 39. 1909.

—— Mikro-Kino-Projektionen von in vitro gezüchteten Organanlagen. Verhandl. d. Naturforscherversammlung in Karlsruhe 1911.

—— Demonstration und Erläuterung von Deckglaskulturen lebender Embryonalzellen und Organe. Münchner med. Wochenschrift, 1911.

Braus-(Fedoroff). Über Cytoarchitektonik des embryonalen Rückenmarks. Verhandl. d. Anat. Gesellsch. 1920.

Burrows, M. T. The growth of tissues of the chick embryo outside the animal body, with special reference to the nervous system. Journ. Exp. Zoölogy, Vol. 10. 1911.

Chapman, W. B. The effect of the heart-beat upon the development of the vascular system in the chick. The American Journ. of Anatomy. Vol. 23, 1918.

Clark, Eliot, R. Studies on the growth of blood-vessels in the tail of the frog larva — by observation and experiment on the living animal. The American Journ. of Anatomy. Vol. 23, 1918.

Driesch, H. Die Entwickelungsphysiologie 1905—1908. Ergebnisse d. Anat. und Entwickelungsgesch. (Merkel, Bonnet). Bd. XVII. 1907.

Ekman, Gunnar. Experimentelle Untersuchungen über die Entwicklung der Kiemenregion (Kiemenfäden und Kiemenspalten) einiger anuren Amphibien. Morphol. Jahrb. Bd. XLVII. 1913.

—— Zur Frage nach der frühzeitigen Spezifizierung der verschiedenen Teile der Augenanlage. Archiv f. Entw. Mech. d. Org. Bd. XL. 1914.

—— Experimentelle Untersuchungen über die Entwicklung des Peribranchialraumes bei Bombinator. Öfvers. af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. Bd LVI, 1913—1914.

Fano, Giulo. Sullo Sviluppo della funzione cardiaca nell' embrione. Lo Sperimentale. 1885. (Zitiert nach Hooker.)

Gräper, L. Untersuchungen über die Herzbildung der Vögel. Archiv f. Entw. Mech. d. Org. Bd. XXIV, 1907.

Harrison, R. G. On relations of symmetry in transplanted limbs. Journ. of Exp. Zoölogy. Vol. 32. 1921.

Herxheimer, G. Missbildungen des Herzens und der grossen Gefässe. E. Schwalbes Morphologie der Missbildungen, III Teil.

Hooker, Davenport. The development and funktion of the heart in embryos without nerves. Proc. Society for Exp. Biol. a. Med. 1910.

—— The development and funktion of voluntary and cardiac muscle in embryos without nerves. Journ. Exp. Zoölogy. Vol. 11. 1911.

Knower, H. Effects of early removal of the heart and arrest of the circulation on the development of frog embryo. The Anatomical Record. 1907.

Loeb, J. Über die Entwicklung von Fischembryonen ohne Kreislauf. Pflügers Archiv. Bd. 54, 1893.

Meyer, R. Die ursächlichen Beziehungen zwischen dem Situs viscerum und Situs cordis. Archiv f. Entw. Mech. d. Org. Bd. 37. 1913.

Mollier, S. Die erste Anlage des Herzens bei den Wirbeltieren. O. Hertwigs Handbuch der Entwickelungslehre der Wirbeltiere. Jena, 1906. Bd. I.

Pressler, K. Beobachtungen und Versuche über den normalen und inversen Situs viscerum et cordis bei Anurenlarven. Archiv f. Entw. Mech. d. Org. Bd. 32. 1911.

Roux, W. Terminologie der Entwickelungsmechanik der Tiere und Pflanzen, 1912.

Spemann, H. Über eine neue Methode der embryonalen Transplantation. Verhandl. d. deutsch. Zoolog. Gesellsch. 1906.

—— Über die Determination der ersten Organanlagen des Amphibienembryo I—VI. Archiv f. Ent. Mech. d. Org. Bd. 43. 1918.

Stockard, C. R. The influence of external factors, chemical and physical, on the development of Fundulus heteroclitus. Journ. Exp. Zoölogy. Vol. 4. 1907.

—— The origin of blood and vascular endothelium in embryos without circulation of the blood and in the normal embryo. The American Journ. of Anatomy. Vol. 18, 1915.

Tigerstedt, R. Lehrbuch der Physiologie des Menschen.

Wachs, H. Über die Wiederherstellung des Auges nach Entfernung der Linse und der ganzen Retina. Abh. d. naturf. Gesellsch. zu Rostock. 1919.

W a c h s, H. a. Restitution des Auges nach Exstirpation von Retina und Linse bei Tritonen. Archiv f. Entw. Mech. d. Org. Bd. XLVI. 1920.

——— b. Über Augenoperationen an Amphibienlarven. Sitzungsber. d. Gesellsch. naturforsch. Freunde, Berlin. Jahrg. 1920.

V e r o c a y. Multiplicitas cordis (Heptocardia) bei einem Huhn. Verhandl. der Deutschen Pathologischen Gesellschaft 1905.

V u l p i a n, M. A. 1858. Zitiert nach B o r n.



Fig. A.



Fig. B.



Fig. C.

Översikt av Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar.
Bd. LXIII. 1920—1921. Avd. A. N:o 6.

Über die konforme Abbildung von Sterngebieten.

Von

ROLF NEVANLINNA.

Mitgeteilt den 23 Mai 1921. — Geprüft von E. Lindelöf, K. F. Sundman und Hj. Tallqvist.

Die Frage nach den Kriterien für die Koeffizienten einer Potenzreihe

$$f(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots,$$

welche eine schlichte Abbildung des Einheitskreises vermittelt, ist in vielen wichtigen Punkten noch ungelöst. Herr Bieberbach hat zwar für das Verhältnis $\left|\frac{a_2}{a_1}\right|$ die genaue obere Grenze 2 gefunden, welches Resultat die Lösung des Verzerrungsproblems in sich schliesst, indem es zu genauen Schranken für $|f(x)|$ und $|f'(x)|$ auf dem Kreise $|x| = r \leqq 1$ führt, wenn der erste Koeffizient a_1 gegeben ist; die Bestimmung der genauen Koeffizientenräume ist aber bei allgemeinen schlichten Abbildungen nicht gelungen. Zu völlig abschliessenden Resultaten ist man nur in dem besonderen Fall eines konvexen Bildbereiches gelangt [1]).

Im folgenden wird die allgemeinere Klasse von schlich-

[1]) Vgl: C. Carathéodory: *Sur la représentation conforme des polygones convexes* (Annales de la Société scientifique de Bruxelles, T. XXXVII, S. 1—10).

R. Nevanlinna: *Über beschränkte Funktionen, die in gegebenen Punkten vorgeschriebene Werte annehmen* (Annales Academiae Scientiarum Fennicae. Ser. A., T. XIII, N:o 1).

ten Abbildungen, bei denen das Bildgebiet ein s. g. *Sterngebiet* ist, untersucht. Nachdem wir im ersten Abschnitt ein einfaches notwendiges und hinreichendes Kriterium für die abbildende Funktion gefunden haben, gelingt die Bestimmung der genauen Koeffizientenräume unmittelbar mit Hilfe der bekannten Sätze über die Koeffizienten beschränkter Potenzreihen. Speziell ergeben sich auch die besonderen Sterngebiete, welche den Begrenzungen der gefundenen Koeffizientenräume entsprechen. In demselben Zusammenhang beweisen wir für den von uns betrachteten speziellen Fall die Richtigkeit einer von Herrn Bieberbach[1]) gemachten Vermutung hinsichtlich der oberen Grenze der absoluten Beträge der Koeffizienten bei schlicht abbildenden Potenzreihen. Im dritten Abschnitt leiten wir für $|f(x)|$ und $|f'(x)|$ untere und obere Schranken ab in dem allgemeinen Fall, wo die n ersten Koeffizienten der Taylor'schen Entwicklung vorgegeben sind. Diese Abschätzungen stimmen mit den für allgemeine schlichte Abbildungen geltenden überein, wenn $n=1$ ist. Im Falle $n=2$ ergeben sich aber schon Unterschiede, wie die Vergleichung mit den von Herrn Gronwall[2]) gegebenen Ungleichungen zeigt.

Aus unseren Überlegungen folgt ferner, dass zu jeder Funktion, die z. B. in der Umgebung des Nullpunkts regulär ist, und deren Ableitung in diesem Punkt nicht verschwindet, eine positive Zahl R von der Eigenschaft gehört, dass die Funktion jeden Kreis $|x| \leqq r$ auf ein Sterngebiet konform abbildet, wenn $r < R$ ist, während dies für $r > R$ nicht mehr zutrifft. Diese Zahl R, die wir kurz die *Sternschranke* der Funktion nennen, ist also ein Analogon zu der von Herrn Study definierten Rundungschranke bei konvexen Bildbereichen. In einer früheren Note[3]) haben wir für die untere

---

[1]) L. Bieberbach: *Über die Koefficienten derjenigen Potenzreihen, welche eine schlichte Abbildung des Einheitskreises vermitteln* (Sitzungsber. d. kgl. Preuss. Akad., Berlin 1916, S. 940—955).

[2]) T. H. Gronwall: *Sur la déformation dans la représentation conforme* (Comptes rendus, Bd. 162 (1916) S. 249—252).

[3]) R. Nevanlinna: *Über die schlichten Abbildungen des Einheitskreises* (Översikt av Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar, T. LXII, 1919—1920, Avd. A. N:o 7).

Grenze der Rundungschranke einer schlicht abbildenden Potenzreihe den genauen Wert $2 - \sqrt{3}$ ($=0,26\cdots$) gefunden. Die entsprechende untere Grenze der Sternschranke R ist selbstverständlich grösser. Die Abschätzungen, die wir in dieser Hinsicht aufstellen, zeigen dass R sicher $> 0,47$ ist, oder m. a. W: Bei allen schlichten Abbildungen des Einheitskreises sind die Bildgebiete der Kreise $|x| \leqq r \leqq 0,47$ sämtlich Sterngebiete.

I. Approximation eines Sterngebietes. Ableitung eines Kriteriums für die abbildende Funktion.

1. Unter einem Sterngebiet verstehen wir im folgenden einen Bereich S von folgender Eigenschaft:

Es existiert in S wenigstens ein innerer Punkt O von der Art, dass wenn ein beliebiger innerer Punkt A mit O geradlinig verbunden wird, die Strecke OA ganz innerhalb S liegt.

Wir denken uns jetzt ein Sterngebiet S in der z-Ebene so ausgebreitet, dass der Punkt O mit dem Nullpunkte zusammenfällt. Unser nächstes Ziel ist zu zeigen, dass der Bereich S durch gewisse einfachere Sterngebiete approximiert werden kann. Weil die Approximation durch den Umstand schwieriger wird, dass der Rand s von S sich ins Unendliche erstrecken kann, wird es zweckmässig sein, die Transformation

$$\zeta = \frac{1}{z} \tag{1}$$

auszuführen. Hierdurch geht das Gebiet S in ein neues Σ über, das folgende Eigenschaft besitzt:

Wenn A ein innerer Punkt von Σ ist, so besteht die Verlängerung der Strecke OA über A aus lauter inneren Punkten von Σ.

Wenn $z = re^{i\varphi}$ derjenige Randpunkt von S ist, der dem Nullpunkte am nächsten liegt, so fällt die Randkurve von Σ innerhalb des Kreises $|\zeta| \leqq \frac{1}{r}$. Wir wählen nun eine be-

liebige Zahl a, die grösser als $\frac{1}{r}$ ist. Das Äussere des Kreises $|\zeta| = a$, das aus *inneren* Punkten von Σ besteht, ist das erste Approximationsgebiet Σ_0 von Σ. Um das zweite Approximationsgebiet Σ_1 zu erhalten, ziehen wir einerseits die Kreise $|\zeta| = a, \frac{a}{2}$, anderseits die Halbstrahlen $\arg \zeta = 0, \pi$, wodurch die Ebene in 6 Teilgebiete zerfällt. Diejenigen dieser Teilgebiete, welche nebst ihren Rändern ganz innerhalb Σ fallen, bilden zusammen das Gebiet Σ_1. Wir setzen dieses Verfahren fort, indem wir, um das $(n+1)$:ste Gebiet Σ_n zu bilden, die Ebene durch die Kreise

$$(2) \qquad |\zeta| = \frac{a}{2^\nu} \qquad (\nu = 0, 1, 2, \cdots, n)$$

und die Halbstrahlen

$$(3) \qquad \arg \zeta = \frac{\nu\pi}{2^n} \qquad (\nu = 0, 1, 2, \cdots, 2^n - 1)$$

einteilen. Σ_n besteht dann aus allen so entstandenen Teilgebieten der ζ-Ebene, die vollständig innerhalb Σ liegen. Wir haben so eine Reihe von Gebieten

$$(4) \qquad \Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2, \cdots, \Sigma_n, \cdots$$

definiert, welche folgende Eigenschaften besitzt, die sich aus der Definition der Sterngebiete unmittelbar ergeben:

1:o Jeder Bereich Σ_n gehört vollständig allen folgenden (und auch Σ) an;

2:o Geht man mittels der Transformation (1) zur z-Ebene zurück, so gehen die Gebiete (4) in gewisse Gebiete

$$(5) \qquad S_0, S_1, S_2, \cdots, S_n, \cdots$$

über, die sämtlich *Sterngebiete* sind;

3:o Wenn ζ_0 ein beliebiger innerer Punkt von Σ ist, so gehört er, von einem gewissen n an, den Gebieten (4) an.

Hieraus geht hervor, dass die Folge (4) das Gebiet Σ und die Folge (5) also das gegebene Sterngebiet S approximiert.

2. Es sei nun

$$f(x) = a_1 x + \cdots + a_n x^n + \cdots \tag{6}$$

eine Funktion, die den Einheitskreis auf das Gebiet S konform abbildet. Weiter gebe die Funktion

$$f_n(x) = a_1^{(n)} x + \cdots + a_\nu^{(n)} x^\nu + \cdots \quad (n = 1, 2, \cdots) \tag{7}$$

die konforme Abbildung des Einheitskreises auf das Gebiet S_n, so dass $\arg a_1^{(n)} = \arg a_1$ ist. Dann lässt sich einfach beweisen, dass die Folge $\frac{x}{f_n(x)}$ $(n = 1, 2, \cdots)$ gegen die Funktion $\frac{x}{f(x)}$, und die Folge (7) also gegen $f(x)$ für $|x| \leqq r < 1$ gleichmässig konvergiert. Der Beweis ist mit den Konvergenzbeweisen des Hauptsatzes der konformen Abbildung identisch, daher wir ihn hier nicht näher ausführen.

3. Wir gehen zur näheren Betrachtung der von (7) vermittelten Abbildung über. Das Bildgebiet S_n ist von lauter Kreisbögen und Geraden begrenzt und die Abbildung ist also noch auf dem Rande konform ausser in den in endlicher Anzahl vorhandenen Eckpunkten. Wenn der Punkt x längs der Peripherie $|x| = 1$ in positiver Richtung einen Umlauf macht, so läuft sein Bildpunkt $z = f_n(x)$ einmal um das Gebiet S_n. Weil dieses Gebiet ein Sterngebiet ist, dreht sich der Radiusvector Oz hierbei niemals in negativer Richtung. Betrachten wir also die harmonische Funktion

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \arg f_n(x) = r \frac{\partial}{\partial r} \log |f_n(x)| = R\left(x \frac{d}{dx} \log f_n(x)\right), \tag{8}$$

die sicher auf dem Kreise $|x| = 1$, ausser in den Punkten

$$x_1, x_2, \cdots, x_k, \tag{9}$$

welche den Eckpunkten von S_n entsprechen, regulär ist, so folgt, dass die Bedingung

$$R\left(x\frac{d}{dx}\log f_n(x)\right) \geqq 0 \tag{10}$$

in allen Punkten der Peripherie $|x|=1$ besteht, möglicherweise mit Ausnahme der Punkte (9).

Hinsichtlich dieser Punkte haben wir zwei Fälle zu unterscheiden, jenachdem der innere Winkel α_ν, den der Rand von S_n in dem Punkt $z_\nu = f(x_\nu)$ bildet, gleich $\frac{\pi}{2}$ oder gleich $\frac{3\pi}{2}$ ist. Im ersten Fall hat $f_n(x)$ in der Umgebung von $x = x_\nu$ eine Entwicklung der Form

$$f_n(x) = z_\nu + z_\nu'(x - x_\nu)^{1/2} + \cdots,$$

woraus man für $x\frac{d}{dx}\log f_n(x)$ die Entwicklung

$$x\frac{d}{dx}\log f_n(x) = \frac{a_\nu}{(x-x_\nu)^{1/2}} + b_\nu + c_\nu(x-x_\nu)^{1/2} + \cdots \tag{11}$$

findet, wo

$$a_\nu = \frac{x_\nu z_\nu'}{2z_\nu}.$$

Der Winkel α_ν wird von einer geradlinigen Strecke l und einem Kreisbogen m begrenzt. Nehmen wir zuerst an, dass diese bei positiver Umlaufsrichtung in der Ordnung (l, m) aufeinander folgen, so ergibt sich für $\arg z_\nu'$ der Wert $\arg z_\nu' = \arg z_\nu - \frac{1}{2}\arg x_\nu - \frac{3}{4}\pi$, und also

$$\arg a_\nu = \frac{1}{2}\arg x_\nu - \frac{3}{4}\pi. \tag{11$'$}$$

Beachtet man ferner, dass im ganzen Einheitskreise

$$\arg x_\nu - \frac{\pi}{2} > \arg(x - x_\nu) > \arg x_\nu - \frac{3}{2}\pi,$$

so folgt aus (11)′ dass

$$-\frac{\pi}{2} < \arg \frac{a_\nu}{(x - x_\nu)^{1/2}} < 0$$

für jedes $|x| < 1$ ist. Der reelle Teil des ersten Gliedes in (11) ist also im Einheitskreise *positiv*. Weil die Summe der folgenden Glieder bei Annäherung an den Punkt $x = x_\nu$ dem endlichen Grenzwerte b_ν zustrebt, so schliesst man hieraus, dass in einer hinreichend kleinen Umgebung von x_ν eine Ungleichung der Form

$$R\left(x \frac{d}{dx} \log f_n(x)\right) > M_\nu$$

gilt, wo M_ν eine endliche Konstante bezeichnet. Eine ähnliche Beziehung erhält man durch eine ganz analoge Überlegung auch in dem Falle, wo die Schenkeln l und m in der Ordnung (m, l) einander folgen.

Ist wieder $\alpha_\nu = \frac{3\pi}{2}$, so verschwindet die Ableitung der abbildenden Funktion für $x = x_\nu$. In diesem Punkt verschwindet dann auch die Funktion $x \frac{d}{dx} \log f_\nu(x)$, und ihr reeller Teil weicht also in einer hinreichend kleinen Umgebung von x_ν beliebig wenig von Null ab.

Im ganzen haben wir also folgendes gefunden: Der reelle Teil der im Einheitskreise regulären Funktion $x \frac{d}{dx} \log f_n(x)$ genügt der Bedingung (10) auf der ganzen Peripherie $|x| = 1$ mit Ausnahme gewisser Punkte $x_1, x_2, \cdots, x_k$, in deren Umgebungen er aber nach unten *beschränkt* bleibt. Mittels des Poisson'schen Integrals folgt hieraus in bekannter Weise, dass die Bedingung (10) dann *im ganzen Einheitskreise* bestehen muss.

4. Weil die Funktionen (7) gegen die Grenzfunktion (6) konvergieren, so folgt aus dem oben Bewiesenen, dass auch der reelle Teil der Funktion $x \frac{d}{dx} \log f(x)$ für $|x| < 1$ nicht-

negativ ist. Er kann aber auch für keinen dieser Werte verschwinden. Denn die Funktion $x\frac{d}{dx}\log f(x)$, die sich in der Form

(12) $$x\frac{d}{dx}\log f(x) = 1 + x\varphi(x),$$

schreiben lässt, wo $\varphi(x)$ für $|x| < 1$ regulär ist, müsste sich dann auf eine rein imaginäre Konstante reduzieren, was sicher nicht zutrifft, weil sie für $x = 0$ gleich Eins wird. Für die Funtion (6) ergibt sich somit schliesslich für $|x| < 1$ die Bedingung

(13) $$R\left(x\frac{d}{dx}\log f(x)\right) = 1 + R(x\varphi(x)) > 0.$$

5. Wir wollen zeigen, dass die gefundene Bedingung (13) auch *hinreichend* ist, d. h. dass wenn $\varphi(x)$ eine für $|x| < 1$ reguläre Funktion ist, welche der Ungleichung (13) genügt, die durch (12) bestimmte Funktion $f(x)$ den Einheitskreis auf ein Sterngebiet konform abbildet.

Durch Integration erhält man für $f(x)$ die Darstellung

(14) $$f(x) = Cxe^{\int_0^x \varphi(x)dx}.$$

Diese Formel zeigt zunächst, dass $f(x)$ im Einheitskreise regulär ist und für $x = 0$ verschwindet. Ferner sehen wir, dass der Zuwachs von $\arg f(x)$ bei einem positiven Umlauf von x längs jedes Kreises $|x| = r\,(r < 1)$ gleich 2π ist. Nach (13) wächst hierbei das Argument der Funktion monoton, woraus wir schliessen, dass die Bildkurve C_r von $|x| = r$ ein Sterngebiet begrenzt, und weiter dass $f(x)$ das Innere des genannten Kreises auf das Sterngebiet konform abbildet. Weil dies für jedes $r < 1$ zutrifft, so folgt dass das ganze Bildgebiet S des Einheitskreises ein Sterngebiet ist und dass die Abbildung in jedem inneren Punkte konform ist, w. z. b. w.

Wir fassen unser Ergebnis in folgendem Satz zusammen:
Satz I: Notwendig und hinreichend, damit die Funktion

$$f(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots \qquad (a_1 \neq 0)$$

den Einheitskreis auf ein Sterngebiet konform abbildet, ist dass die Funktion

$$x \frac{d}{dx} \log f(x)$$

für $|x| < 1$ *regulär und ihr reeller Teil positiv ist*[1]).

6. Betrachten wir einen Augenblick eine beliebige, in einer gewissen Umgebung des Nullpunkts konvergierende Potenzreihe

$$f(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots \qquad (a_1 \neq 0). \tag{15}$$

Die Funktion $\psi(x) = x \frac{d}{dx} \log f(x)$ ist für $x = 0$ regulär. Weil nun $\psi(0) = 1$ ist, so schliessen wir dass in der Umgebung von $x = 0$ die Bedingung $R(\psi(x)) > 0$ bestehen muss. Hieraus ergibt sich, dass zu jeder Potenzreihe (14) eine derartige positive Schranke R gehört, dass die Funktion jeden Kreis $|x| < r$ $(r \leqq R)$ auf ein Sterngebiet konform abbildet, während dies für $r > R$ nicht mehr gilt. Die so definierte Zahl R wird im folgenden *die Sternschranke* der Funktion genannt.

II. Kriterien für die Koeffizienten der abbildenden Potenzreihe.

7. Wenn die Koeffizienten der Taylor'schen Entwicklung der Funktion (6) gegeben sind, so sind auch die Koeffizienten der Entwicklung

---

[1]) In seiner Arbeit: *Functions which map the interior of the unit cercle upon simple regions* (Ann. of mat. 2 ser. vol. 17 (1915), S. 12—22) gibt Herr Alexander folgendes Kriterium: Wenn $f(x)$ den Kreis $|x| \leqq 1$ auf ein Sterngebiet konform abbildet, so kann sie in der Form $x\varphi'(x)$ geschrieben werden, wo $\varphi(x)$ den Einheitskreis auf ein *konvexes* Gebiet abbildet, und umgekehrt. — Vgl. auch eine Bemerkung des Herrn Bieberbach hierüber in seiner Arbeit: *Aufstellung und Beweis eines Drehungssatzes für schlichte und konforme Abbildungen* (Math. Zeitschrift, 4, 1919, S. 295—305).

$$(16) \qquad x\frac{f'(x)}{f(x)} = 1 + x\varphi(x) = 1 + b_1 x + \cdots + b_n x^n + \cdots$$

bekannt, und umgekehrt. Weil der reelle Teil dieser letzten Funktion im Einheitskreise positiv ist, erhält man nach einem bekannten Satz von *Carathéodory* notwendige und hinreichende Bedingungen für die Koeffizienten b_n. Diese lauten in einer Bezeichnungsweise, die von uns in der S. 1 zitierten Arbeit angewandt wird:

Es ist entweder

$$(17) \qquad |\varphi_n(b_1, \cdots, b_n)| < 1 \qquad (n = 1, 2, \cdots),$$

oder

$$(17)' \qquad |\varphi_1(b_1)| < 1, \cdots, |\varphi_{n-1}(b, \cdots, b_{n-1})| < 1,$$
$$|\varphi_n(b_1, \cdots, b_n)| = 1,$$

in welchem letzteren Fall die Funktion (16) eine rationale Funktion n:ter Ordnung ist, die für $|x| = 1$ rein imaginär ist.

Die Zahlen $\varphi_1, \varphi_2, \cdots$ sind rationale Funktionen ihrer Argumente. Die zwei ersten sind

$$(18) \qquad \varphi_1(b_1) = \frac{b_1}{2}, \quad \varphi_2(b_1, b_2) = \frac{2b_2 - b_1^2}{4 - |b_1|^2}.$$

Setzt man in diesen Ausdrücken die Werte der Koeffizienten b_ν ein, so erhält man die Kriterien für die Koeffizienten der Reihe (6). Die Ausdrücke $\varphi_n(b_1, \cdots, b_n)$ gehen hierbei in gewisse rationale Ausdrücke $\psi_n(a_1, \cdots, a_{n-1})$ über.

Im Grenzfalle (17)′, wo die Funktion (16) eine rationale Funktion n:ter Ordnung ist, die für $|x| = 1$ rein imaginär ist und n verschiedene einfache Pole und Nullstellen besitzt, nimmt die abbildende Funktion $f(x)$ eine besonders einfache Gestalt an. In den genannten Nullstellen ist $f(x)$, wie aus der Formel (14) zu sehen ist, endlich; ihre Ableitung hat also in diesen Punkten einfache Nullstellen und die Abbildung ist hier nicht konform. Weil $R\left(x\frac{d}{dx}\log f(x)\right)$ $= \frac{\partial}{\partial\varphi}\arg f(x)$ auf der Peripherie $|x| = 1$ konstant gleich Null

ist, so folgt, dass die Begrenzung des Sterngebietes von n verschiedenen Halbstrahlen gebildet wird, deren Verlängerungen durch den Nullpunkt gehen. Das Bildgebiet ist also ein Mittag-Leffler'scher Stern. Zusammenfassend können wir somit folgenden Satz aussprechen:

Satz II: Notwendig und hinreichend, damit eine Potenzreihe

$$f(x) = a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n + \cdots \qquad (a_1 \neq 0)$$

den Einheitskreis auf ein Sterngebiet konform abbildet, ist dass entweder

$$(19) \qquad |\psi_n(a_1, \cdots, a_{n+1})| < 1 \qquad (n = 1, 2, \cdots)$$

ist, oder

$$(19)' \qquad |\psi_1(a_1, a_2)| < 1, \cdots, |\psi_{n-1}(a_1, \cdots, a_n)| < 1,$$
$$|\psi_n(a_1, \cdots, a_{n+1})| = 1.$$

Im letzten Fall ist das Bildgebiet ein von n verschiedenen Halbstrahlen begrenzter Mittag-Leffler'scher Stern.

8. Wenn $a_1 = 1$ gesetzt wird, haben die zwei ersten Koeffizienten b die Werte

$$(20) \qquad b_1 = a_2, \; b_2 = 2a_3 - a_2^2,$$

und die zwei ersten Funktionen ψ nehmen folgende Form an:

$$\psi_1 = \frac{a_2}{2}, \quad \psi_2 = \frac{4a_3 - 3a_2^2}{4 - |a_2|^2}.$$

Hierdurch geben uns die zwei ersten Bedingungen (19) bzw. (19)'

$$(21) \qquad |a_2| \leqq 2, \quad |a_3| \leqq 3.$$

Das Gleichheitszeichen trifft nur dann zu, wenn $|\psi_1| = 1$ ist. Die entsprechende Funktion wird in diesem Fall durch die Gleichung

$$\frac{d}{dx} \log f(x) = 1 - \frac{2\varepsilon x}{1 + \varepsilon x} \qquad (|\varepsilon| = 1)$$

bestimmt[1]). Die Integration ergibt

$$(22)\qquad f(x) = \frac{x}{(1+\varepsilon x)^2} = x - 2\varepsilon x^2 + 3\varepsilon^2 x^3 + \cdots + (-1)^{n-1}\varepsilon^{n-1} n x^n + \cdots$$

Diese Funktion, die bekanntlich auch bei Extremaleigenschaften allgemeiner schlichten Abbildungen auftritt, bildet für $\varepsilon = 1$ den Einheitskreis auf die von dem Segment $\frac{1}{4}$ —— ∞ der reellen Achse begrenzte Vollebene konform ab. Man sieht, dass bei dieser Funktion die Schranken (21) in der Tat erreicht werden.

Herr Bieberbach hat die Vermutung ausgesprochen, dass bei schlichten Abbildungen allgemein $|a_n| \leqq n$ sei, wo die obere Grenze von der Funktion (22) erreicht wird. Die Richtigkeit dieser Vermutung im Falle eines Sterngebietes ergibt sich leicht aus der Formel (14), wo jetzt $C = a_1 = 1$, unter Anwendung eines *Carathéodory*'schen Satzes[2]). Setzt man nämlich in (14) für $\varphi(x)$ ihre Taylor'sche Entwicklung

$$\varphi(x) = b_1 + b_2 x + \cdots + b_n x^{n-1} + \cdots$$

ein, so folgt unmittelbar, dass a_n ein Polynom $P_n(b_1, b_2, \cdots, b_{n-1})$ von $b_1, b_2, \cdots, b_{n-1}$ ist, dessen Koeffizienten sämtlich positiv sind. Es ist also

$$(23)\qquad |a_n| \leqq P_n(|b_1|, |b_2|, \cdots, |b_{n-1}|).$$

Der obengenannte *Carathéodory*'sche Satz zeigt nun, auf die Funktion $\frac{1}{2}(1 + x\varphi(x))$ angewandt, dass $|b_\nu| \leqq 2$ $(\nu = 1, 2, \cdots)$ ist. Ersetzt man auf der rechten Seite von (23) die Argumente $|b_\nu|$ durch die obere Schranke 2, so gilt die Ungleichung a fortiori, und es ist also

---

[1]) Vgl. S. 50 unserer oben zitierten Abhandlung.

[2]) Vgl. C. Carathéodory: *Rend. di Palermo* 32 (1911). S. 193—217. Der Satz lautet: Wenn die Funktion $f(x) = \frac{1}{2} + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots$ im Einheitskreise regulär und ihr reeller Teil positiv ist, so ist $|a_n| \leqq 1$ $(n = 1, 2, \cdots)$.

$$|a_n| \leq P_n(2, \cdots, 2).$$

Zur Berechnung dieser oberen Schranke setze man $b_\nu = 2$ $(\nu = 1, 2, \cdots)$. Es ist dann

$$\varphi(x) = 2(1 + x + x^2 + \cdots) = \frac{2}{1 - x},$$

und die Gleichung (14) ergibt unmittelbar

$$f(x) = \frac{x}{(1 - x)^2} = x + 2x^2 + \cdots + nx^n + \cdots. \tag{24}$$

Es ist also $P_n(2, \cdots, 2) = n$, womit die Behauptung bewiesen ist. Zugleich sieht man, dass die gefundene Schranke nur von der Funktion (22) erreicht wird.

III. Abschätzung des absoluten Betrages der abbildenden Funktion und ihrer Ableitung.

9. Auf Grund gewisser Ungleichungen, die für Funktionen mit positivem Realteil gelten, können wir die absoluten Beträge der abbildenden Funktion (6) und ihrer Ableitung abschätzen.

Wir denken uns die n ersten Koeffizienten $a_1, \cdots, a_n$ der Entwicklung (6) als gegeben und betrachten die Gesamtheit der Funktionen, welche den Einheitskreis auf ein Sterngebiet konform abbilden, und deren Taylorsche Entwicklungen dieselben n Anfangskoeffizienten besitzen. Dann sind, nach den Ergebnissen der vorigen Abschnitte, auch die n ersten Koeffizienten $b_0 = 1, b_1, \cdots, b_{n-1}$ der entsprechenden Funktionen (12) bekannt, und der reelle Teil dieser Funktion ist positiv. Nach den erwähnten Ungleichungen gilt dann für $|x| \leq r < 1$ [1])

[1]) S. S. 49 unserer oben zitierten Arbeit.

$$(25)\quad \begin{cases} -\dfrac{2r_n}{1+r_n} \leqq R\left(x\dfrac{d}{dx}\log f(x)-1\right) \leqq \dfrac{2r_n}{1-r_n}, \\ \left| I\left(x\dfrac{d}{dx}\log f(x)\right)\right| \leqq \dfrac{2r_n}{1-r_n^2}, \\ \dfrac{1-r_n}{1+r_n} \leqq \left| x\dfrac{d}{dx}\log f(x)\right| \leqq \dfrac{1+r_n}{1-r_n}. \end{cases}$$

Hier ist r_n eine rationale Funktion n:ter Ordnung von r

$$r_n = r\frac{P_{n-1}(r)}{r^{n-1}P_{n-1}\left(\frac{1}{r}\right)},$$

die mit r verschwindet und deren sämtlich reelle Koeffizienten nur von den gegebenen Koeffizienten $a_1, a_2, \cdots, a_n$ abhängen. Die Grenzen (25) können nur in dem erwähnten Grenzfall erreicht werden, wo das Bildgebiet die längs n Halbstrahlen aufgeschnittene Vollebene ist.

Beachtet man die Relation

$$R\left(x\frac{d}{dx}\log f(x)\right) = r\frac{\partial}{\partial r}\log|f(x)|,$$

so ergibt die erste der Ungleichungen (25)

$$(26)\quad \frac{1}{r}\frac{1-r_n}{1+r_n} \leqq \frac{\partial}{\partial r}\log|f(x)| \leqq \frac{1}{r}\frac{1+r_n}{1-r_n},$$

woraus man, wenn $a_1 = 1$ gesetzt wird, durch Integration findet:

$$(27)\quad re^{-\int\limits_0^r \frac{2r_n}{1+r_n}\frac{dr}{r}} \leqq |f(x)| \leqq re^{\int\limits_0^r \frac{2r_n}{1-r_n}\frac{dr}{r}},$$

welche Ungleichungen für $|x| = r \leqq 1$ bestehen.

Aus der letzten der Formeln (25) folgt ferner

$$\frac{1-r_n}{1+r_n}\cdot\frac{|f(x)|}{r} \leqq |f'(x)| \leqq \frac{1+r_n}{1-r_n}\cdot\frac{|f(x)|}{r},$$

also unter Berücksichtigung von 27

$$(28)\qquad \frac{1-r_n}{1+r_n} e^{-\int\limits_0^r \frac{2r_n}{1+r_n}\frac{dr}{r}} \leqq |f'(x)| \leqq \frac{1+r_n}{1-r_n} e^{\int\limits_0^r \frac{2r_n}{1-r_n}\frac{dr}{r}}.$$

Weil die Schranken (27) und (28) durch Integration von (25) gewonnen sind, können sie nur dann erreicht werden, wenn das Bildgebiet der vielfach erwähnte besondere Stern ist.

10. Wir wollen noch näher untersuchen, welche Gestalt die gesuchten Schranken in den einfachsten Fällen, $n=1$ und $n=2$, annehmen. Ist nur $a_1=1$ gegeben, so ist $r_n=r$ und also nach (27) und (28)

$$(29)\qquad \begin{cases} \dfrac{r}{(1+r)^2} \leqq |f(x)| \leqq \dfrac{r}{(1-r)^2}, \\ \dfrac{1-r}{(1+r)^3} \leqq |f'(x)| \leqq \dfrac{1+r}{(1-r)^3}. \end{cases}$$

Das Gleichheitszeichen tritt hier nur bei der Funktion (22) ein.

Bekanntlich gelten die Abschätzungen (29) auch für allgemeine schlichte Abbildungen. Auf Grund dieser Tatsache könnte man vermuten, dass die allgemeinen Ungleichungen (27) und (28) auch für alle schlichte Abbildungen bestehen würden. Dass dies nicht allgemein zutrifft, zeigt sich schon im Falle $n=2$, zu dem wir jetzt übergehen.

Sind die zwei ersten Koeffizienten $a_1=1$ und a_2 gegeben ($|a_2|\leqq 2$), so ist

$$r_n = r\frac{2r+|a_2|}{2+r|a_2|}$$

und also nach einer einfachen Integration

$$(30)\qquad \begin{cases} \dfrac{r}{1+|a_2|r+r^2} \leqq |f(x)| \leqq \dfrac{r}{(1-r)^{1+\frac{|a_2|}{2}}(1+r)^{1-\frac{|a_2|}{2}}}, \\ \dfrac{1-r^2}{(1+|a_2|r+r^2)^2} \leqq |f'(x)| \leqq \dfrac{1+|a_2|r+r^2}{(1-r^2)^2}\left(\dfrac{1+r}{1-r}\right)^{\frac{|a_2|}{2}}. \end{cases}$$

Die unteren Grenzen werden nur dann erreicht, wenn

$$x\frac{d}{dx}\log f(x) = 1 + x\frac{a_2 - 2e^{2i\vartheta}x}{1 - a_2 x + e^{2i\vartheta}x^2} \qquad (\vartheta = \arg a_2)$$

ist, die oberen, wenn

$$x\frac{d}{dx}\log f(x) = 1 + x\frac{a_2 + 2e^{2i\vartheta}x}{1 - e^{2i\vartheta}x^2}$$

ist[1]). Die Integration ergibt die Funktionen

$$(31) \qquad \begin{cases} \dfrac{x}{1 - a_2 x + e^{2i\vartheta}x^2}, \\ \dfrac{x}{(1 - e^{i\vartheta}x)^{1 + \frac{|a_2|}{2}}(1 + e^{i\vartheta}x)^{1 - \frac{|a_2|}{2}}}. \end{cases}$$

Man sieht in der Tat unmittelbar ein, dass die erste dieser Funktionen die unteren Grenzen in (30) für $x = -e^{-i\vartheta}r$, die zweite die oberen Grenzen für $x = e^{-i\vartheta}r$ erreicht.

Die erste der Funktionen (31) bildet für $\vartheta = 0$ den Einheitskreis auf die von $\frac{1}{2 + |a_2|}$ bis $+\infty$ und von $-\frac{1}{2 - |a_2|}$ bis $-\infty$ längs der reellen Achse aufgeschlitzte Ebene konform ab. Bei der zweiten Funktion wird das bezügliche Sterngebiet für $\vartheta = 0$ von zwei in Bezug auf die reelle Achse symmetrisch liegenden Halbstrahlen begrenzt, die mit der negativen Richtung dieser Achse den Winkel $\frac{\pi}{4}(2 - |a_2|)$ bilden. Diese Halbstrahlen schneiden sich verlängert im Nullpunkte und gehen von zwei Punkten aus, deren Entfernung vom Anfangspunkte gleich

$$\frac{1}{\sqrt{4 - |a_2|^2}}\left(\frac{2 - |a_2|}{2 + |a_2|}\right)^{\frac{|a_2|}{4}}$$

ist.

[1]) Vgl. S. 51 a. a. O.

Ein von Herrn Löwner[1]) bewiesener Satz zeigt, dass die in (30) erhaltene untere Schranke von $|f(x)|$ auch bei allgemeinen schlichten Abbildungen dieselbe bleibt. Herr Gronwall hat bei ebensolchen Abbildungen eine untere Grenze für $|f(x)|$ und sowohl untere als obere Grenzen für $|f'(x)|$ angegeben (vgl. Fussnote 2 S. 2). Seine Resultate stimmen hinsichtlich der unteren Grenzen mit unseren Formeln (30) überein. Die von ihm behauptete obere Grenze für $|f'(x)|$, die von einer schlicht abbildenden Funktion wirklich erreicht wird, ist aber grösser als die entsprechende in (30).

IV. Abschätzung der Sternschranke bei schlicht abbildenden Funktionen.

11. Als Anwendung unseres Satzes I, wollen wir eine untere Grenze für die Sternschranke einer Funktion

$$f(x) = x + a_2 x^2 + \cdots \tag{32}$$

suchen, welche den Einheitskreis schlicht abbildet. Hierzu haben wir eine Abschätzung der Funktion

---

[1]) Löwner: *Extremumsätze bei der konformen Abbildung des Äusseren des Einheitskreises* (Math. Zeitschrift Bd. 3 (1919) S. 65—77). — Der Satz lautet: Wenn $\varphi(x) = \frac{1}{x} + c_1 x + \cdots$ den Einheitskreis schlicht abbildet, so gilt für $|x| = r < 1$ die Ungleichung $|\varphi(x)| \leqq \frac{1}{r} + r$.

Gibt nun $f(x) = x + a_2 x^2 + \cdots$ die konforme Abbildung des Kreises $|x| \leqq 1$ auf ein schlichtes Gebiet, so genügt die Funktion $\frac{1}{f(x)} + a_2$ den Bedingungen des Löwner'schen Satzes. Es ist also

$$\frac{1}{|f(x)|} \leqq \frac{1}{r} + r + |a_2|$$

oder

$$|f(x)| \geqq \frac{r}{1 + |a_2| r + r^2},$$

was wir eben behaupteten.

[library stamp]

$$z = x\frac{d}{dx}\log f(x) = x\frac{f'(x)}{f(x)} \tag{32}$$

nötig. Genaue Grenzen für den absoluten Betrag dieser Funktion erhält man durch folgende Erwägung.

Durch die Substitution

$$\xi = \frac{x - x_0}{1 - \bar{x}_0 x}, \quad x = \frac{\xi + x_0}{1 + \bar{x}_0 \xi}, \tag{33}$$

wo $\bar{x}_0$ die zu x_0 konjugierte Zahl bezeichnet, bilden wir den Einheitskreis konform auf sich selbst ab, so dass $x = x_0$ in $\xi = 0$ übergeht. Wir bilden dann die Funktion

$$\varphi(\xi) = \frac{f\left(\frac{\xi + x_0}{1 + \bar{x}_0 \xi}\right) - f(x_0)}{f'(x_0)\,(1 - |x_0|^2)} = \xi + b_2 \xi^2 + \cdots,$$

welche den Einheitskreis $|\xi| \leqq 1$ schlicht abbildet, so dass der Nullpunkt invariant bleibt. Wir können also von den Ungleichungen (29) Gebrauch machen und erhalten

$$\frac{|\xi|}{(1 + |\xi|)^2} \leqq |\varphi(\xi)| \leqq \frac{|\xi|}{(1 - |\xi|)^2},$$

oder für $\xi = -x_0$, wenn wir x statt x_0 schreiben und $|x_0| = r$ setzen,

$$\frac{r}{(1 + r)^2} \leqq \frac{|f(x)|}{|f'(x)|(1 - r^2)} \leqq \frac{r}{(1 - r)^2},$$

also schliesslich

$$\frac{1 - r}{1 + r} \leqq \left| x\frac{f'(x)}{f(x)} \right| \leqq \frac{1 + r}{1 - r}. \tag{34}$$

Diese Ungleichungen, die neu und an sich nicht ohne Interesse sein dürften, sind genau, denn die Gleichheitszeichen treten bei der Funktion (22) für $x = \bar{\varepsilon} r$ bzw. $x = -\bar{\varepsilon} r$ ein.

12. Nach (34) fällt der Punkt der z-Ebene, der den Wert der Funktion (32) darstellt, für jedes $|x| < r < 1$ innerhalb des durch die Ungleichungen

$$(35) \qquad \frac{1-r}{1+r} \leqq |z| \leqq \frac{1+r}{1-r}$$

definierten Kreisringes C_r (vgl. Fig. 1). Damit die Funktion $f(x)$ den Kreis $|x| \leqq \varrho < r$ auf ein Sterngebiet konform abbildet, muss nach Satz I $R\left(x\frac{f'(x)}{f(x)}\right) \geqq 0$ für $|x| \leqq \varrho$ sein. Die Werte der Funktion (32) müssen also innerhalb des schraffierten Teils C_r' von C_r fallen. Weil diese Funktion für $x=0$ gleich 1 ist, trifft dies für genügend kleine Werte ϱ sicher zu.

z-Ebene

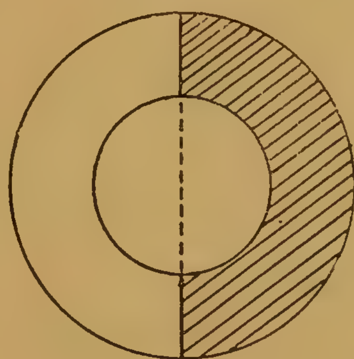


Fig. 1.

Um eine Schranke für ϱ abzuleiten, bilden wir den über den Kreisring C_r gelegenen Teil der zur $\log z$ gehörigen Riemann'schen Fläche auf den Einheitskreis konform ab, sodass der Punkt $z=1$ in den Nullpunkt übergeht. Diese Abbildung wird durch die Transformation

$$(35) \qquad \zeta = \frac{e^{\frac{\pi i}{2\log\frac{1+r}{1-r}}\log z} - 1}{e^{\frac{\pi i}{2\log\frac{1+r}{1-r}}\log z} + 1} = \zeta(z)$$

ζ-Ebene

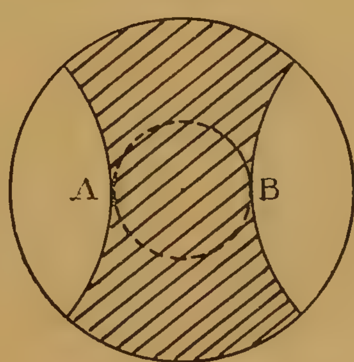


Fig. 2.

vermittelt. Der Bereich C_r' ist in den schraffierten Teil C_r'' des Kreises $|\zeta| \leqq 1$ übergegangen (s. Fig. 2). Die Entfernung der Punkte A und B, welche den Punkten $z = -i$ bzw. $+i$ entsprechen, vom Nullpunkte ist

$$(36)\qquad \frac{e^{\frac{\pi^2}{4\log\frac{1+r}{1-r}}}-1}{e^{\frac{\pi^2}{4\log\frac{1+r}{1-r}}}+1}=m_r\,.$$

Weil der Kreis $|\zeta|\leqq m_r$ ganz dem Bereich C_r'' angehört, so schliessen wir hieraus, *dass* $R(z)\geqq 0$, *sobald* $|\zeta|\leqq m_r$ *ist.*

Wir bilden nun die Funktion

$$(37)\qquad \zeta\left(x\frac{f'(x)}{f(x)}\right)=\bar{\zeta}(x)=c_0x+c_1x^2+\cdots.$$

Sie genügt für $|x|\leqq r$ der Bedingung $|\bar{\zeta}(x)|\leqq 1$ und verschwindet für $x=0$. Nach dem Schwarz'schen Lemma ist also

$$|\bar{\zeta}(x)|\leqq\frac{|x|}{r}.$$

Die Ungleichung

$$(38)\qquad |\bar{\zeta}(x)|\leqq m_r$$

besteht also sicher, wenn $|x|\leqq rm_r=\varrho(r)$ ist. Für dieselben Werte x ist dann auch $R\left(x\frac{f'(x)}{f(x)}\right)\geqq 0$, und das Bildgebiet des Kreises $|x|\leqq\varrho(r)$ ist somit ein Sterngebiet.

$\varrho(r)$ ist eine Funktion des Parameters r, die für $r=0$ und $r=1$ verschwindet und im Intervalle $0<r<1$ ein Maximum $\varrho_m>0{,}42$ erreicht. Für die Sternschranke R_s ergibt sich somit die untere Grenze $R_s>0{,}42$.

Eine etwas bessere Abschätzung erhält man, wenn man eine von Lindelöf[1]) gegebene Ungleichung auf die Funktion

$$\frac{\bar{\zeta}(x)}{x}=c_0+c_1x+\cdots$$

---

[1]) E. Lindelöf: Mémoire sur certaines inégalités dans la théorie des fonctions monogènes et sur quelques propriétés nouvelles de ces fonctions dans le voisinage d'un point singulier essentiel (Acta soc. scientiarum Fennicae, T. XXXV, N:o 7, 1908). Vgl. S. 11.

anwendet, die für $|x|<r$ dem absoluten Betrage nach kleiner als $\frac{1}{r}$ ist. Die genannte Ungleichung liefert die Abschätzung

$$|\bar{\zeta}(x)| \leqq \frac{|x|}{r^2} \cdot \frac{|x| + |c_0| r^2}{1 + |x| |c_0|}. \tag{39}$$

Nun ist $c_0 = \frac{\pi a_2 i}{4 \log \frac{1+r}{1-r}}$, woraus unter Beachtung der Ungleichung $|a_2| \leqq 2$ die Abschätzung

$$|c_0| \leqq \frac{\pi}{2 \log \frac{1+r}{1-r}} = a_r$$

folgt. Weil die rechte Seite von (39) mit $|c_0|$ wächst, so ergibt sich also

$$|\bar{\zeta}(x)| \leqq \frac{|x|}{r^2} \cdot \frac{|x| + a_r r^2}{1 + |x| a_r}. \tag{40}$$

Die Ungleichung (38) gilt demnach für sämtliche Werte x, die die obere Schranke (40) kleiner als m_r machen. Die Auflösung der so entstandenen Ungleichung ergibt für $|x|$ als obere Grenze eine Funktion von r, deren Maximum für $0<r<1$ grösser als 0,47 ist. Man erhält somit für R_s die untere Grenze

$$R_s > 0{,}47.$$

[1]) In der neuerdings erschienenen Encyklopädie d. math. Wissenschaften, II C 4, gibt Herr Bieberbach (S. 513) an, dass er für R_s eine untere Grenze gefunden hat, die »fast doppelt so gross» wie die entsprechende Grenze $(2 - \sqrt{3} = 0{,}26 \cdots)$ der Rundungsschranke ist.

MBL WHOI Library - Serials
5 WHSE 04378